

**BRUNO DE OLIVEIRA FEITOSA**

**Identificação de caminhos críticos para o escoamento em reservatórios de  
petróleo**

Santos  
2019

**BRUNO DE OLIVEIRA FEITOSA**

**Identificação de caminhos críticos para o escoamento em reservatórios de  
petróleo**

Trabalho de Conclusão de Curso em  
Engenharia de Petróleo do curso de  
graduação do departamento de Engenharia  
de Minas e de Petróleo da Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo

Orientador: Prof. Dr. Rafael dos Santos  
Gioria

Santos  
2019

**BRUNO DE OLIVEIRA FEITOSA**

**Identificação de caminhos críticos para o escoamento em reservatórios de  
petróleo**

Trabalho de Conclusão de Curso em  
Engenharia de Petróleo do curso de  
graduação do departamento de Engenharia  
de Minas e de Petróleo da Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo

Área de Concentração: Fenômenos de  
transporte em meios porosos

Orientador: Prof. Dr. Rafael dos Santos  
Gioria

Santos  
2019

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

#### Catalogação-na-publicação

Feitosa, Bruno

Identificação de caminhos críticos para o escoamento em reservatórios de petróleo / B. Feitosa, R. Gioria -- São Paulo, 2019.  
32 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.

1.Método de Elementos Finitos 2.Caminhos Críticos I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo II.t. III.Goria, Rafael

Dedico este trabalho à minha mãe Graça e minha madrinha Mari.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha mãe e minha madrinha por estarem sempre ao meu lado, me apoiando de todas as formas possíveis para que eu finalizasse minha graduação.

Aos meus amigos que tornaram esses anos de curso um período muito mais fácil de ser vivido e de grande crescimento pessoal.

Aos meus professores que se doaram a nobre arte de compartilhar conhecimento, em especial ao meu orientador Rafael dos Santos Goria.

Aos funcionários da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo pelo auxílio durante a graduação, em especial aos funcionários da POLI em Santos.

## **RESUMO**

O trabalho consiste na simulação numérica de escoamentos incompressíveis pelo Método de Elementos Finitos (FEM), a fim de se analisar o caminho crítico do escoamento em meios porosos, computando a sensibilidade da permeabilidade em relação a obstruções arbitrárias via método adjunto. Escoamentos em meios porosos regulares foram simulados, e posteriormente, seções de rochas foram usadas nas simulações. Baseada no escoamento e na aplicação de uma força de obstrução arbitrária e contrária ao escoamento, a análise de sensibilidade da permeabilidade resultou na identificação de caminhos críticos. O método mostrou-se eficiente no registro do comportamento dos fluxos em meios porosos e ao identificar pontos críticos sensíveis à obstrução resultando no incremento de permeabilidade. É notável que a técnica para identificar os caminhos críticos apontou regiões de alta velocidade, ou seja, fluxo alto, e também destacou outras regiões de alta sensibilidade que não possuíam esses picos de velocidade. A partir do estudo, espera-se uma melhor compreensão do escoamento em meios porosos e um entendimento mais detalhado para a concepção da análise de poro-permeabilidade em laboratório, e mais importante, a técnica aplicada como prova de conceito em lâminas de rocha neste trabalho pode ser usada em modelo tridimensionais.

**Palavras-Chave:** Caminhos críticos. Permeabilidade. Meios porosos, Elementos finitos para escoamento.

## **ABSTRACT**

The work consists in the numerical simulation of incompressible flows by Finite Element Method (FEM), in order to analyze the critical flow path in porous media, computing the permeability sensitivity to arbitrary obstructions through the adjoint method. Flows in Regular porous media were simulated, and subsequently rock sections were used in simulations. Based in the flow field and in an arbitrary application of an obstruction force opposite to the flow, sensitivity analysis of the permeability to this force resulted in a technique to critical path identification. The method proved to be efficient in recording the flow behavior in porous media and in identifying critical points. It is worth noting that the technique is able to identify critical regions either because of a high local velocity or because it is in a critical path although presenting low velocities. From the study, it is expected a better understanding of the flow in porous media and a detailed knowledge to deisgn permeability tests in laboratory. More impontant, the technique applied to 2D rock slices as a proof of concept may be easily extende to three-dimensional geometries. boratory.

**Keywords:** Critical path, Permeability, Porous media. Finite element method for fluid flow.

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO .....	1
2.	OBJETIVO .....	3
2.1.	JUSTIFICATIVA .....	3
3.	REVISÃO DA LITERATURA.....	4
4.	ANÁLISE DO ESCOAMENTO .....	7
4.1.	PROPRIEDADES DE ESCOAMENTO .....	7
4.2.	PERDA DE CARGA .....	9
4.3.	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE .....	9
4.4.	SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE SENSIBILIDADE .....	10
5.	MATERIAIS E MÉTODOS .....	12
5.1.	MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS .....	12
5.2.	MÉTODO ADJUNTO.....	13
5.3.	MÉTODO DE EXECUÇÃO DAS SIMULAÇÕES.....	14
6.	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	17
6.1.	VALIDAÇÃO.....	17
6.2.	SIMULAÇÃO DE REDES ARTIFICIAIS UNIFORMES.....	20
6.3.	SIMULAÇÃO DE CAMINHOS POROSOS NATURAIS.....	24
7.	CONCLUSÕES .....	28
	REFERÊNCIAS.....	30
8.	APÊNDICE A - ARTIGO SÍNTESE .....	1

## LISTA DE SÍMBOLOS

$D$	Arrasto
$e_x$	Divergência vetorial no eixo x
$\Omega$	Domínio computacional
$u_b^\dagger$	Escoamento para solução do linear adjunto
$\nabla_f D$	Função sensibilidade
$\delta f$	Incremento de força
$\rho$	Massa específica
$I$	Matriz Identidade
$\nabla$	Nabla - operador diferencial
$R_e$	número de Reynolds
$\lambda$	Perda de carga
$p$	Pressão
$p_b^\dagger$	Pressão para a solução do linear adjunto
$r$	Raio
$\sigma$	Tensor de tensão
$dp$	Variação de pressão
$u$	Velocidade de escoamento
$n$	Vetor normal
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluído

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Descrição</b>	<b>Página</b>
Figura 1	Imagen binarizada de uma seção reta de material poroso (fase poro em branco). Fonte: (CUNHA, 2012, p. 55)	1
Figura 2	Ilustração de um corpo imerso em fluido escoando com fluxo horizontal para a direita de módulo $u$ .	5
Figura 3	Representação de um tubo circular de raio $r$ . Fonte: (POTTER, WIGGERT e RAMADAN, 2011).	7
Figura 4	Exemplo de domínio discretizado em elementos triangulares. Fonte: (Free Fem++).	11
Figura 5	Exemplo de dado de entrada usado como estrutura para as simulações.	13
Figura 6	Domínio de simulação discretizado com uso do software FreeFEM++.	14
Figura 7	Variação da velocidade ao longo da rede porosa com picos de velocidade destacados. Fonte: (CRUZ, 2018).	15
Figura 8	Variação da velocidade obtidas sob a malha porosa no processo de validação.	16
Figura 9	Função sensibilidade ao longo do meio poroso. Fonte: (CRUZ, 2018).	17
Figura 10	Variação da função sensibilidade obtida sob a malha porosa no processo de validação.	17
Figura 11	Rede artificial criada como modelo de entrada para o processamento.	18
Figura 12	Variação da velocidade obtida sob a malha porosa artificial.	19
Figura 13	Variação da função sensibilidade obtida sob malha porosa artificial.	19
Figura 14	Rede artificial criada como modelo de entrada para o processamento.	20
Figura 15	Variação da velocidade obtida sob a malha porosa artificial.	21

Figura 16	Variação da função sensibilidade obtida sob malha porosa artificial.	21
Figura 17	Primeira rede natural usada como modelo de entrada para o processamento.	22
Figura 18	Variação da velocidade obtida sob a malha porosa natural.	23
Figura 19	Variação da função sensibilidade obtida sob malha porosa natural.	23
Figura 20	Segunda rede natural usada como modelo de entrada para o processamento.	24
Figura 21	Variação da velocidade obtida sob a malha porosa natural.	25
Figura 22	Variação da função sensibilidade obtida sob malha porosa natural.	25

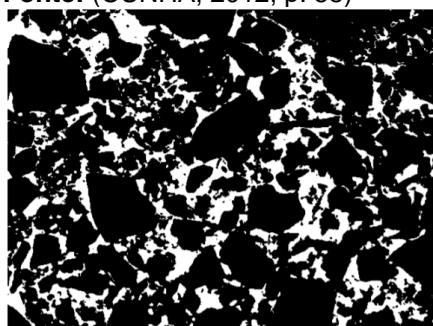
## 1. INTRODUÇÃO

A viabilidade do início e/ou manutenção de projetos de produção na indústria de petróleo é diretamente ligada a fatores econômicos, que por sua vez, culminam em parâmetros tais como: regimes fiscais (RAVAGNANI *et al.*, 2012) , fluidos envolvidos e suas qualidades (BOTECHIA *et al.*, 2016), valores de mercado e volumes produzidos (OZKAN, 2016).

Esse último pode ser relacionado diretamente aos escoamentos de fluidos em reservatórios, rochas porosas permeáveis que contém hidrocarbonetos de interesse econômico. Logo, é clara a importância da caracterização da rocha, do fluido e do escoamento neste meio para melhor entendimento dessas reservatórios para a indústria do petróleo.

Nesse sentido, técnicas de caracterização são aplicadas para modelar o reservatório em questão com foco em duas de suas principais propriedades: porosidade e permeabilidade. Dentre essas técnicas destacam-se análises como as de microscopia óptica e/ou eletrônica, injeção de nitrogênio, que apesar de consagradas demandam tempo para a preparação de amostras considerável em relação ao despendido durante o completo estudo, bem como análises menos destrutivas com a aplicação de microtomografia de raios-X (Figura 1), que esbarram na limitação de resolução das imagens que são atingidas (PALOMBO *et al.*, 2015).

**Fonte:** (CUNHA, 2012, p. 55)



**Figura 1** - Imagem binarizada de uma seção reta de material poroso (fase poro em branco).

Partindo desses princípios, o presente trabalho buscará, por meio de simulações de modelos criados a partir de imagens de lâminas de amostras, complementar estas análises laboratoriais: não é possível identificar caminhos críticos e efeitos de obstruções em meios porosos de forma experimental. Então estudar a

variação da permeabilidade via simulações computacionais é claramente a alternativa direta.

Este estudo do efeito da obstrução na permeabilidade poderia ser realizado na essência do método de Monte Carlo: conduzir diversas simulações que por tentativa e erro, ao obstruir pontos aleatórios do meio poros, pode-se verificar o impacto na permeabilidade. Esta forma também não tende a ser viável. Uma forma mais sensata e elegante é analisar a sensibilidade da permeabilidade em relação a uma obstrução, colocando esta questão como um problema de otimização. Desta forma, trabalha-se identificando locais de possíveis poros interconectados e regiões sensíveis e críticas no interior desse meio poroso, permitindo analisar as consequências da variação de permeabilidade da rocha frente a obstruções arbitrárias que poderiam ocorrer em um reservatório real (MOGHADASI *et al.*, 2004; SHEDID e ZEKRI, 2002).

## 2. OBJETIVO

O objetivo principal deste trabalho é a identificação de caminhos críticos no meio poroso via aplicação de técnica de análise de sensibilidade da permeabilidade a obstruções no escoamento, sendo testado em meios porosos artificiais e redes naturais porosas.

### 2.1. JUSTIFICATIVA

Este tipo de análise, como ressaltado na introdução, somente é possível computacionalmente. O uso do método da análise de caminhos críticos está inserido no âmbito de simulações computacionais, área vasta onde o custo benefício a tornou destaque complementando abordagens empíricas e experimentais, e dessa forma, complexos problemas de engenharia são simulados com resultados satisfatoriamente validados.

O método em si, desenvolvido por AMBEGAOKAR et al. (1971) possui inúmeros trabalhos aplicados, o que facilita sua compreensão e dimensiona seu potencial frente a outros métodos. CRUZ (2018) demonstrou que mediante aplicação do método de análise de sensibilidade em um modelo de rocha pode-se observar regiões mais propensas ao escoamento e sensíveis a permeabilidade. Pela análise da variação de velocidade e quantificando quanto uma obstrução afetaria a permeabilidade, pode-se identificar poros interconectados críticos e as máximas velocidades atingidas.

O melhor entendimento do escoamento em meios porosos e da conectividade dos poros é suporte para melhores análises quanto a permeabilidade desses meios e efeitos de deposição, também propicia compreensão e interpretação mais detalhada da análise de poro-permeabilidade em laboratório.

### 3. REVISÃO DA LITERATURA

Nessa sessão foram mencionadas literaturas relevantes ao entendimento da pesquisa proposta nesse trabalho. Destacando-se contribuições e principais conclusões obtidas pelos autores.

Com o aumento de demanda energética e o avanço do conhecimento em tecnologia e geologia, fontes ditas não convencionais passaram a ser alvo de estudos que viabilizassem suas explorações. Nesse sentido, a caracterização de amostras com foco em duas das principais propriedades de rochas: permeabilidade e porosidade, se mantêm como importante área de estudo. Neste âmbito, técnicas experimentais são referências embora tenha a demora e custo de tratamento das amostras.

A exemplo, temos métodos como o de oscilação de pressão de poro, vista em WANG e KNABE (2011) e melhor detalhada em BERNABÉ et al. (2005), onde a permeabilidade é deduzida da atenuação de amplitude e deslocamento de fase do sinal a jusante, após a amostra ser primeiramente estabilizada a uma certa pressão de poro  $P_0$ , e então uma pequena oscilação de pressão senoidal ser aplicada à montante da amostra com a resposta de pressão à jusante sendo registrada. Este método identifica permeabilidade mas não caracteriza obstruções ou caminhos críticos.

Métodos indiretos de caracterização como a injeção de nitrogênio  $N_2$  à baixa pressão para determinar o volume de poros e área superficial específica são largamente utilizados, no entanto, a limitação do método decaí na impossibilidade de entrada da substância em microporos (CHEN et al., 2018; GAN et al., 1972; LIU et al., 2009; MARDON et al., 2014; OKOLO et al., 2015). Este é o método tradicional de medição de porosidade, também é limitado à limpeza de amostra e não identifica caminhos críticos.

Um método não destrutivo e que demanda menor tempo de preparação da amostra pode ser vista em PALOMBO et al. (2015) onde aplicou-se microtomografia de raios-X, que baseia-se no princípio de geração de imagens por raios-X, no qual várias radiografias do objeto analisado são registradas variando-se a angulação de rotação para compor uma representação tridimensional por meio de processamento computacional. Este método é mais custoso mas não identifica caminhos críticos.

Assim, é possível observar a escolha do desenvolvimento de simulações frente a outros métodos de pesquisa nesta área é justificável devido à redução de custos, a rapidez alcançada a partir de *hardwares* cada vez mais robustos e à impossibilidade de controlar obstruções no meio poroso experimentalmente. Além disto, esta forma de análise e tecnologia é aplicável em diferentes áreas do conhecimento. Em escala de poros, tem havido um enorme aumento no uso de modelagem para estudar o fluxo multifásico e o transporte em meios porosos, uma revisão das aplicações feitas para fluxos multifásicos pode ser vista em BLUNT (2001).

A gama de aplicações de dinâmica de fluido computacional é enorme como visto em MELIGA *et al.* (2014) onde estudam a diminuição do arrasto e da sustentação sobre um cilindro em escoamentos laminares com diferentes características. Foi observado, que para números de *Reynolds* baixos, de 40 ou 100, o cilindro objeto de estudo poderia sofrer influência de um segundo cilindro de controle posicionado próximo a ele, de tal forma a reduzir em 20% a força de arrasto sobre ele, diminuindo a força de arrasto do sistema em 5% devido a força acrescentada pelo cilindro de controle. Expandindo a interpretação de arrasto em escoamento interno, pode-se relacionar a resultante das tensões dos fluidos no contato com a parede com a perda de carga ao longo do escoamento, ou seja, a análise desenvolvida por Meliga é aplicável no contexto de perda de carga e permeabilidade.

Somente para exemplificar a extensão de aplicabilidade desta análise, pode-se mudar o objetivo de análise para controle de emissão de vórtices por exemplo. Esta questão da implementação da análise de sensibilidade aplicada a escoamentos é estudada em PATINO, GIORIA e MENEGHINI (2017) objetivando o controle de vórtices gerados por um cilindro em um escoamento, a partir da análise da taxa de rotação mínima para minimização de vórtices e o posicionamento dos locais mais sensíveis a inserção de cilindros de controle.

A análise do caminho crítico (ACC), originalmente desenvolvida para descrever a condutância em semicondutores (AMBEGAOKAR *et al.*, 1971), mostrou-se promissora na área de mecânica dos fluidos ao descrever propriedades de transporte em meios porosos, que consiste em uma rede de cavernas porosas interconectadas. Assume-se que o meio poroso é uma rede de dutos interconectados.

Essa relação foi melhor explorada em FRIEDMAN e SEATON (1998) onde foi testada a aplicabilidade da ACC na determinação da relação entre permeabilidade hidráulica e condutividade elétrica, a partir de uma rede de poros tridimensional. Em

DAIGLE (2016), a ideia é expandida a canais porosos naturais, obtendo-se correlações significativas quando feita comparação a análises labororiais.

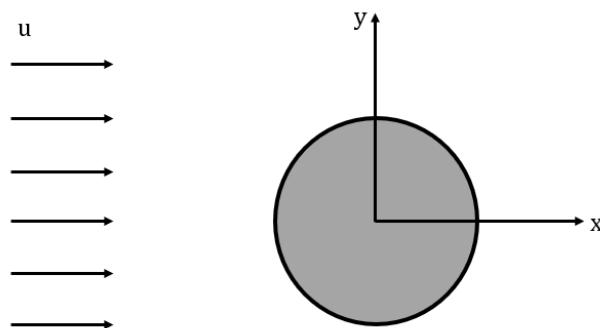
De acordo com a ACC, um meio poroso heterogêneo é formado por caminhos (poros) com diferentes condutividades hidráulicas, ou seja, diferentes potencias de transmitir fluxos. Essa condutância é função do tamanho de poro, quanto maior o poro, maior a condutividade hidráulica. A maior parte do fluxo total do meio é desenvolvida por uma fração do volume total que comprehende os poros de maior condutância, logo, o fluxo é ditado pelas restrições existentes por baixas condutividades hidráulicas (DAIGLE, 2016).

## 4. ANÁLISE DO ESCOAMENTO

A seguir é apresentada a fundamentação teórica que sustenta o estudo a partir do desenvolvimento das propriedades do escoamento.

### 4.1. PROPRIEDADES DE ESCOAMENTO

Algumas hipóteses simplificadoras são assumidas para o escoamento. Adota-se escoamento bidimensional laminar incompressível em torno de um corpo sob um domínio de condições de contorno pré-estabelecidas. O escoamento é descrito a partir de um sistema Cartesiano de coordenadas com força de arrasto convencionado como positivo no sentido  $+\infty$  do eixo Ox (Figura). O sistema tem como origem o centro do corpo imerso no fluido de massa específica constante  $\rho$ .



**Figura 2** - Ilustração de um corpo imerso em fluido escoando com fluxo horizontal para a direita de módulo  $u$ .

Supondo um sistema fechado  $\Omega$ , as equações de *Navier-Stokes* governam o escoamento. De acordo com a lei de conservação de massa:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot u = 0 \quad [1]$$

Como foi definida constante a massa específica  $\rho$  do fluido a partir da hipótese de incompressibilidade a equação 1 se resume a

$$\nabla \cdot u = 0 \quad [2]$$

Aplicando a conservação de momento no sistema  $\Omega$  o fluxo obedece a equação 3 abaixo.

$$\partial_t u + \nabla u \cdot u - \nabla \cdot \sigma(p, u) = 0 \quad [3]$$

Na superfície do corpo a velocidade  $u$ , referente ao fluxo do fluido, é nula, pois esses pontos delimitam as dimensões do corpo.

O termo  $\sigma(p, u)$  presente na equação 3 é chamado tensor de tensão e é expresso por:

$$\sigma(p, u) = -pI + \frac{1}{R_e}(\nabla u + \nabla u^T) \quad [4]$$

O número de *Reynolds* ( $R_e$ ) combina a velocidade  $u$ , massa específica ( $\rho$ ), viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) do fluido e o comprimento ( $L$ ) do corpo num parâmetro adimensional que representa a razão entre forças iniciais e viscosas segundo a equação 5 abaixo. Este parâmetro de similaridade permite identificar o regime de escoamento. O estudo em questão considera números de *Reynolds* suficientemente baixos a fim de se manter regime laminar de escoamento.

$$R_e = \frac{\rho u L}{\mu} \quad [5]$$

No presente estudo será aplicada a análise de sensibilidade partindo do princípio de determinação de uma força de módulo  $\delta f$  em um ponto qualquer no escoamento como apresentado em MELIGA *et al.* (2014) e detalhado na seção 4.3. A equação de arrasto (equação 6) é a seguir apresentada, tendo em vista que essa grandeza servirá de base para as análises que serão feitas para se seguir à risca a formulação de Meliga. A seção 4.2 apresenta a relação entre arrasto e perda de carga (variação de pressão ao longo da amostra) para justificar a análise da permeabilidade usando arrasto e não a perda de carga diretamente.

$$D = 2 \oint \{\sigma(p, u) \cdot n\} \cdot e_x \, dl \quad [6]$$

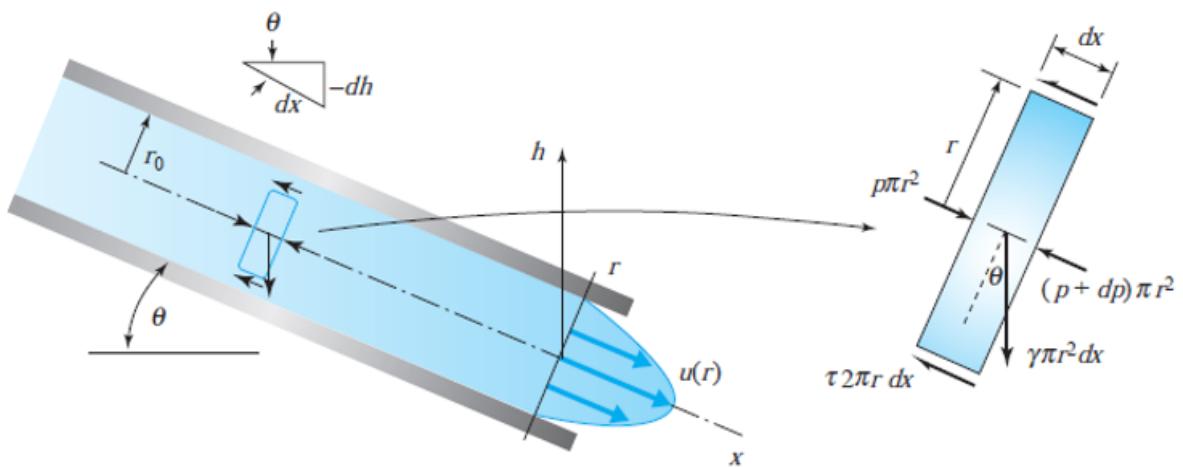
Onde  $n$  é o versor normal à superfície do corpo sob fluxo e  $e_x$  é o fator que representa a divergência vetorial no eixo Ox.

## 4.2. PERDA DE CARGA

A análise da perda de carga fornece diretamente uma relação para a permeabilidade no meio, além de ser uma alternativa mais pertinente que o cálculo do arrasto (equação 6) para aplicações de escoamentos internos. Todavia, há uma relação direta entre essas grandezas, permitindo então o uso direto do que foi deduzido em MELIGA et al. (2014). A relação entre arrasto e perda de carga pode ser mais facilmente observada para um duto e é descrita pelo equilíbrio de forças da Figura 3 no escoamento em regime permanente, calculado na expressão abaixo, aplicado em um tubo de seção circular (Figura 3):

$$p\pi r^2 - (p + dp)\pi r^2 = \lambda \quad [7]$$

**Fonte:** (POTTER, WIGGERT e RAMADAN, 2011)



**Figura 3** - Representação de um tubo circular de raio  $r$ .

Assim, a variação da diferença de pressão para implementação da análise de sensibilidade é tomada como meio de avaliar a perda de carga em escoamentos internos.

## 4.3. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

A questão da obstrução se resume então a uma pergunta: ao aplicar uma força contrária ao escoamento em uma posição arbitrária, quanto muda a perda de carga (ou arrasto na formulação do Meliga)? Esta é pergunta pode ser reformulada da seguinte forma: qual a sensibilidade da perda de carga quanto à aplicação de uma força que representa obstrução no escoamento? O cômputo de aplicação de uma

força de módulo  $\delta f$  contra o fluxo altera o valor do arrasto resultante do escoamento é desenvolvido e mostrado a seguir. Matematicamente, representa-se essa perturbação como o produto interno ( $|$ ) entre a função sensibilidade e a força aplicada.

$$(a|b) = \int_{\Omega} a \cdot b \, dx dy \quad [8]$$

De acordo com as hipóteses assumidas para o escoamento em estudo e os parâmetros adotados a equação 3 pode ser reescrita como:

$$\nabla u_b \cdot u_b - \nabla \cdot \sigma(p_b, u_b) = 0 \quad [9]$$

Sendo  $\sigma$  as tensões viscosas e pressão.

É possível, portanto, retomar a equação 6, tomando  $p_b$  e  $u_b$  como a pressão e velocidade de fluxo, respectivamente. A alteração resulta em:

$$D = 2 \oint \{\sigma(p_b, u_b) \cdot n\} \cdot e_x \, dl \quad [10]$$

A força de magnitude  $\delta f$  altera a pressão e velocidade em módulos  $\delta p_b$  e  $\delta u_b$ , respectivamente. Dessa forma, o tensor de tensões é atualizado e o valor do assume o valor da variação do arrasto  $\delta D$ . Assim, é possível escrever a equação 10 para variação do arrasto (interpretar como variação da perda de carga, ou seja, da permeabilidade). As funções sensibilidade e de arrasto (equação 10) passam a se relacionar segundo a expressão abaixo, tomando a função sensibilidade por  $\nabla_f D$ :

$$\delta D = 2 \oint \{\sigma(\delta p_b, \delta u_b) \cdot n\} \cdot e_x \, dl = (\nabla_f D | \delta f) \quad [11]$$

Notar que a sensibilidade é um gradiente. Esta especificamente significa quanto o arrasto varia ao aplicar uma força unitária. Resta então calcular a sensibilidade conforme item a seguir.

#### 4.3.1. SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE SENSIBILIDADE

Neste problema, na forma de um problema de otimização, é utilizada a derivação usando uma técnica computacional do multiplicador de Lagrange para incorporar uma restrição na forma de equação diferencial: este é a técnica que baseia a expressão analítica da análise de sensibilidade. O motivo disto é que qualquer aplicação de força vai alterar o escoamento, porém o escoamento continua restrito a

atender às equações de Navier-Stokes. Na equação 11 não há uma expressão analítica, representando apenas o produto interno de valores reais. Obtém-se numericamente, portanto. A expressão pode ser associada aos multiplicadores de Lagrange que incorporam a restrição de atender às equações de Navier-Stokes. A expressão da sensibilidade é função do multiplicador  $u_b^\dagger$  na equação abaixo

$$\nabla_f D = u_b^\dagger \quad [12]$$

onde a velocidade adjunta  $u_b^\dagger$  e a pressão adjunta  $p_b^\dagger$  são solução do sistema linear adjunto:

$$-\nabla u_b^\dagger \cdot u_b + u_b^T \cdot u_b^\dagger - \nabla \cdot \sigma(-p_b^\dagger \cdot u_b^\dagger) = 0 \quad [13]$$

A equação adjunta às equações de *Navier-Stokes*, é obtida por meio da integração por partes na aplicação da restrição ao problema de otimização (teorema de divergência), então a equação 13 é criada. Substituindo a equação 12 na equação 11, obtém-se a expressão 14 para cálculo numérico da sensibilidade.

$$\int_{\Omega} u_b^\dagger \cdot \delta f dx dy = \oint \{\sigma(\delta p_b, \delta u_b) \cdot n\} \cdot u_b^\dagger dl \quad [14]$$

## 5. MATERIAIS E MÉTODOS

A fim de se analisar e estudar o caminho crítico do escoamento incompressível em meios porosos, computando numericamente a sensibilidade da permeabilidade em relação a obstruções arbitrárias de fluxos, softwares de simulação computacional e programas de análises gráficas serão utilizados como o *Paraview*.

Os métodos e os programas que serão utilizados foram descritos a seguir.

### 5.1. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

A dinâmica de fluidos computacional (CFD) pode ser definida como o conjunto de metodologias que permitem ao computador simular numericamente fluxos de fluidos. Esse procedimento pode ser dividido em três principais etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

Durante o pré-processamento é definido o problema de escoamento a ser resolvido, combinando informações como o domínio computacional representado pela geometria da região de interesse, a geração da malha que irá discretizar o domínio citado, bem como a seleção do fenômeno físico ou químico que se quer modelar e condições de contorno.

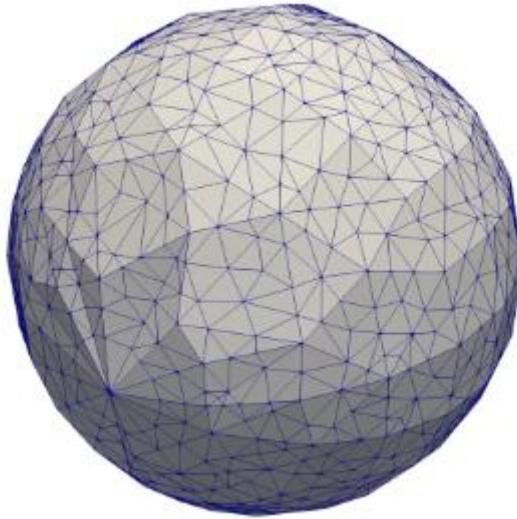
Segundo VERSTEG e MALALASEKERA (2007, p. 3) há três correntes distintas de técnicas de solução numérica que são utilizadas durante o processamento: diferenças finitas, elementos finitos e métodos espectrais. No presente trabalho, o método de elementos finitos será utilizado (**Figura 4**).

De acordo com SORIANO (2003, p. 4),

No método de elementos finitos, o domínio de definição do modelo matemático é dividido em um número discreto de subdomínios ou elementos de dimensões finitas denominados elementos finitos, interligados por meio de um número reduzido de pontos denominados nodais.

A utilização do método em simulações computacionais pode ser amplamente aplicada em diversos problemas de mecânicas de fluidos, como discutido em ZIENKIEWICZ e TAYLOR (2000), onde apresentam-se algoritmos generalizados que podem ser aplicados a problemas como escoamentos compressíveis, incompressíveis, problemas em águas rasas e fluxos em canais porosos.

**Fonte:** (Free Fem++)



**Figura 4** - Exemplo de domínio discretizado em elementos triangulares.

A precisão do método está intimamente relacionada ao refinamento da malha utilizada, quanto maior o número de elementos do *grid* maior será o custo computacional requerido para a simulação. Dessa forma, um estudo de convergência é feito para diferentes malhas de um mesmo caso estudado, a fim de se optar pela malha que otimiza o estudo, considerando um balanço entre precisão numérica e custo computacional.

O software livre FreeFEM++ foi escolhido para realização do estudo proposto. Desenvolvido por Frédéric Hecht (HECHT, 2013), tem integrado gerenciamento de malha e representação em Elementos Finitos. Este será utilizado na solução das equações diferenciais parciais construídas a partir das interações fluido-rocha presentes no modelo e das equações adjuntas. A escolha se deve a 2 motivos: é um software livre e permite a escrita de qualquer equação diferencial, incluindo as equações adjuntas.

## 5.2. MÉTODO ADJUNTO

O elevado custo computacional envolvido em problemas de CFD, leia-se tempo para se realizar simulação e obter resultados, é uma barreira a ser contornada para a viabilidade de projetos na área. Métodos que otimizem o estudo desses problemas têm sido largamente aplicados, e nesse cenário, destaca-se o método adjunto.

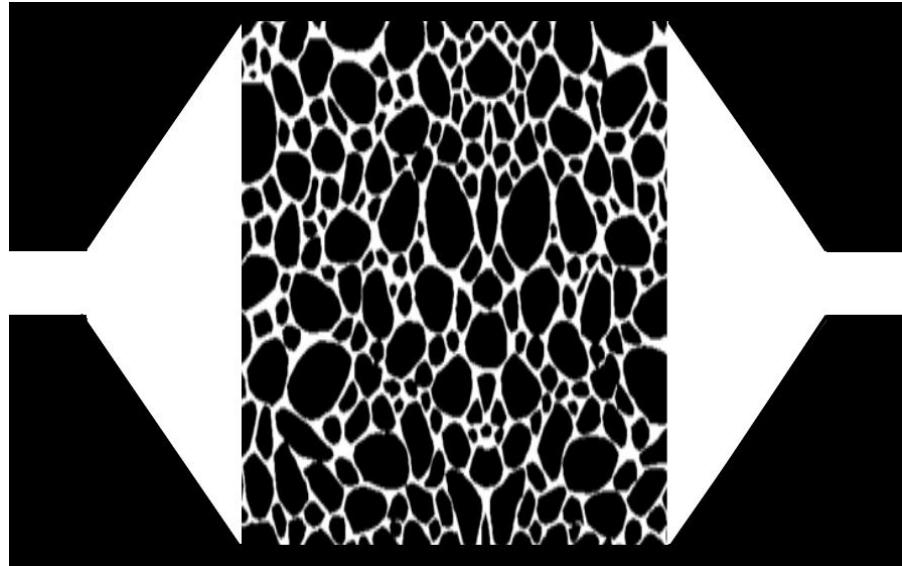
Desenvolvido por PIRONNEAU (1983), possui como principal benefício a restrição ao processo iterativo de apenas configurações realizáveis, ou seja, limita-se a aplicação das equações aos domínios das variáveis consideradas, de tal forma a evitar gasto computacional desnecessário frente ao quadro de condições pré-determinadas. Assim, métodos iterativos com grande número de variáveis como o método de elementos finitos são potencializados ao serem aplicados em conjunto com o método adjunto. Tornando o cálculo do gradiente de sensibilidade mais direto.

Sua implementação é estudada por diversos autores. Dentre aplicações, PATINO, GIORIA e MENEGHINI (2017) destinam seu estudo a simulações numéricas e análises de sensibilidade para controle do vórtice de um cilindro circular em um escoamento). MELIGA *et al.* (2014) também utilizam o método para a implementação da análise de sensibilidade para a força de arrasto através de um cilindro presente no escoamento conforme descrito no capítulo anterior.

### **5.3. MÉTODO DE EXECUÇÃO DAS SIMULAÇÕES**

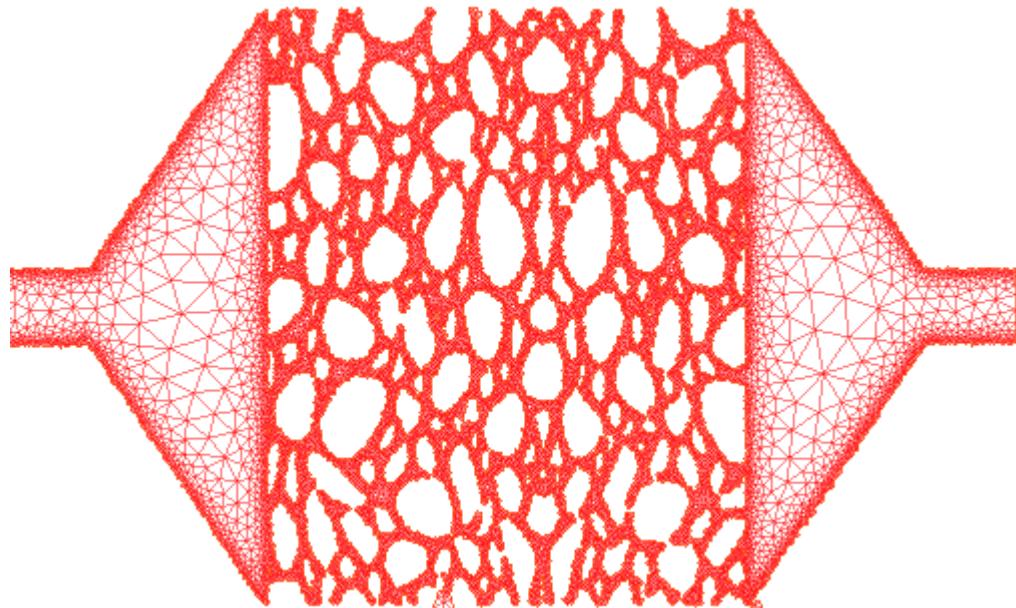
O método pode ser dividido em três etapas principais fundamentadas na rotina de simulação, que consistem no pré-processamento com preparação dos dados de entrada (*inputs*) para o simulador, a simulação que reside no processamento dos dados de entrada seguindo condições e estados, e por fim, o pós-processamento onde as saídas (*outputs*) do simulador são tratadas por softwares que auxiliam na compressão e em conclusões a respeito do procedimento.

Os *inputs* foram imagens que representavam a estrutura porosa a ser simulada, com o meio poroso alocado na região central, uma entrada de fluido à esquerda e uma saída à direita (figura 5). Os poros estão representados em branco e a matriz da rocha em preto.



**Figura 5** - Exemplo de dado de entrada usado como estrutura para as simulações.

Após construção da estrutura o modelo foi discretizado em malha triangular com uso do software FreeFEM++, o resultado exemplo pode ser visto na figura 6 abaixo composta de 61901 triângulos e 31026 vértices.



**Figura 6** - Domínio de simulação discretizado com uso do software FreeFEM++.

Com esta malha, o escoamento foi então simulado sob condição de regime permanente com um óleo 100 vezes mais viscoso que a água resultando num número de Reynolds 0,00157963 (claramente laminar). Com base no escoamento, a equação adjunta (ver capítulo 4) foi resolvida nesta mesma malha para se obter os multiplicadores de Lagrange. Com estes, a sensibilidade pode ser computada de

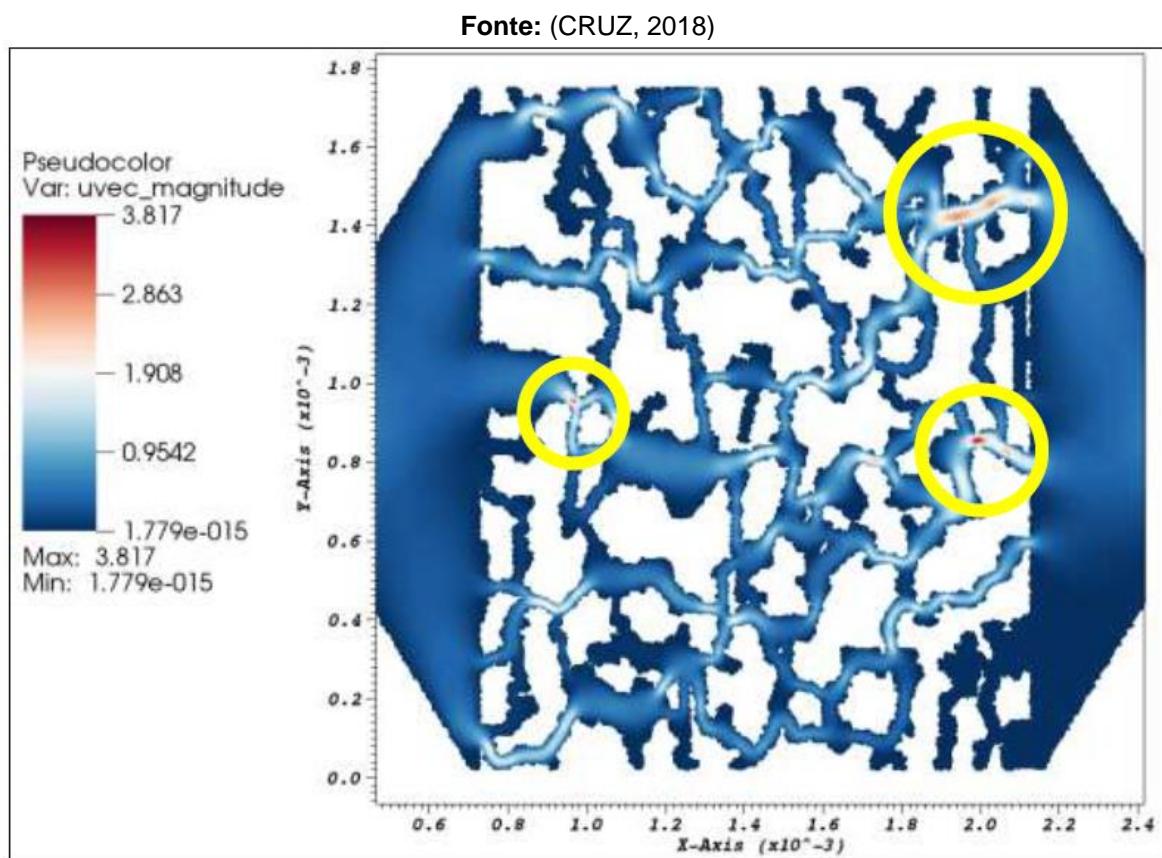
acordo com as equações 11 e 12. Então os principais parâmetros analisados foram a velocidade, pressão e sensibilidade do arrasto em relação a uma força. Foram adotadas grandezas adimensionais no estudo.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após a aplicação do método nos diferentes cenários considerados por meio do processamento com uso do software *FreeFEM++*, os resultados foram tratados e interpretados com auxílio do software open-source *Paraview*. A seguir os resultados foram apresentados e discutidos.

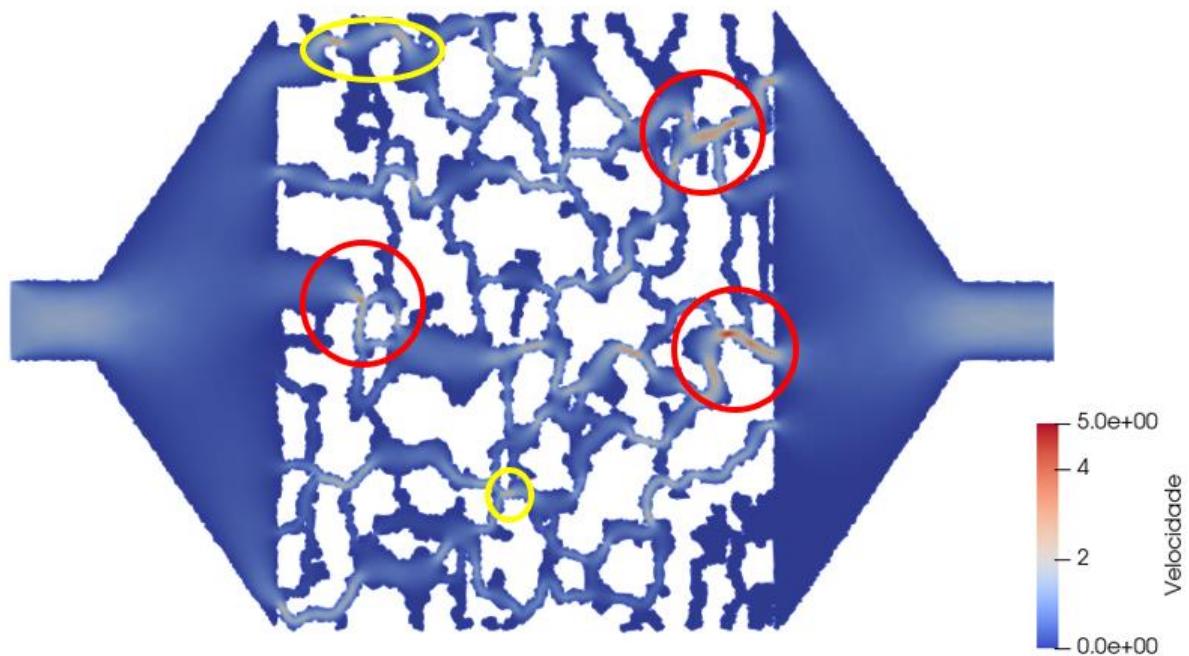
### 6.1. VALIDAÇÃO

A partir do trabalho de conclusão de curso de CRUZ (2018), os resultados obtidos para velocidade e análise de sensibilidade no modelo de rocha apresentado em BOEK e VENTUROLI (2010) são relatados nas figuras 7 e 8 ,respectivamente.



**Figura 7 – Variação da velocidade ao longo da rede porosa com picos de velocidade destacados.**

O resultado obtido após simulação sob mesma referência de rocha (BOEK e VENTUROLI, 2010) é mostrado na figura 8 abaixo.



**Figura 8** – Variação da velocidade obtidas sob a malha porosa no processo de validação.

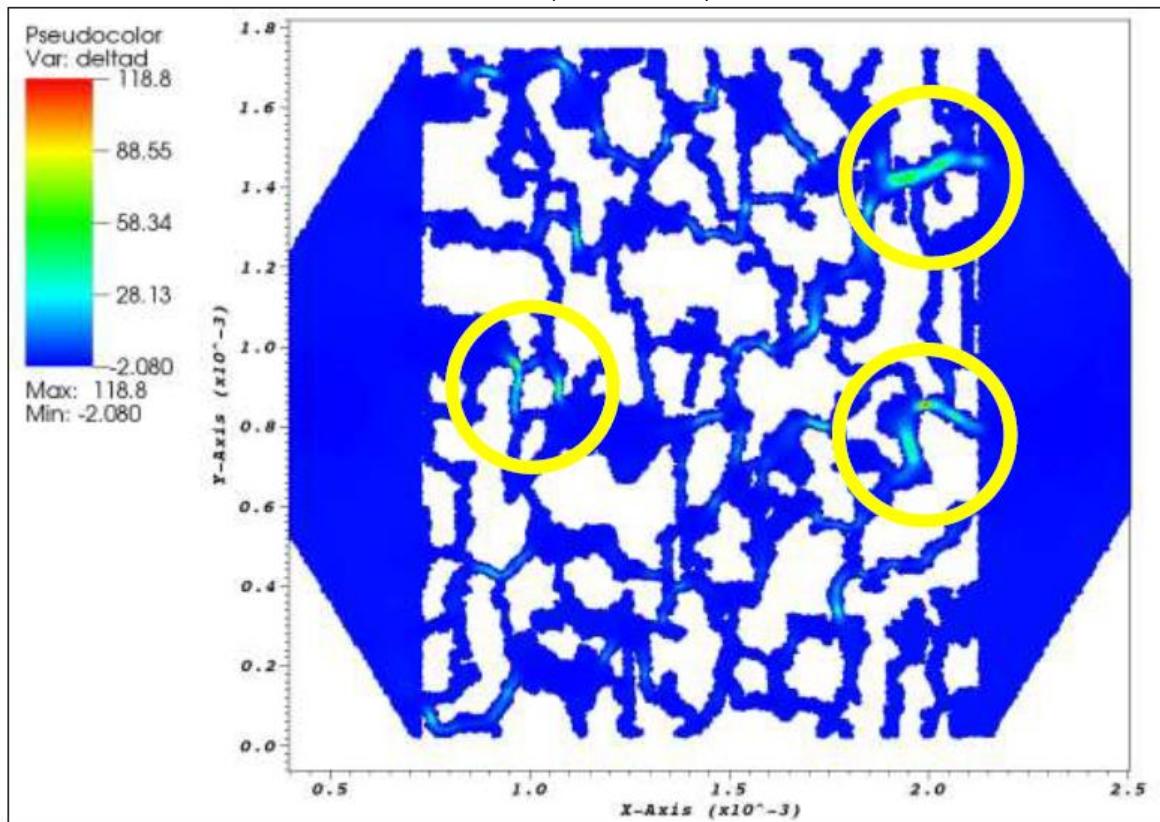
A análise comparativa das figuras 7 e 8 mostra a semelhança dos picos de velocidade destacada com as circunferências vermelhas. É possível observar que as demais regiões da malha também se assemelham aos resultados obtidos por CRUZ (2018).

As regiões com maior velocidade de fluxo encontram-se, predominantemente, na entrada e saída da amostra de rocha destacadas em circunferência vermelha ou em cores mais quentes na figura 8, a rede natural mostra complexa interação entre os possíveis caminhos, o que era esperado tendo em vista que os caminhos críticos seguem uma preferência de fluxo de acordo com os tamanhos de poros percorridos na rede.

No interior da rede porosa notam-se pequenos picos de velocidade além de caminhos com regiões de cores mais fortes e, portanto, de fluxo mais intenso. Dois pontos foram destacados em circunferências amarelas.

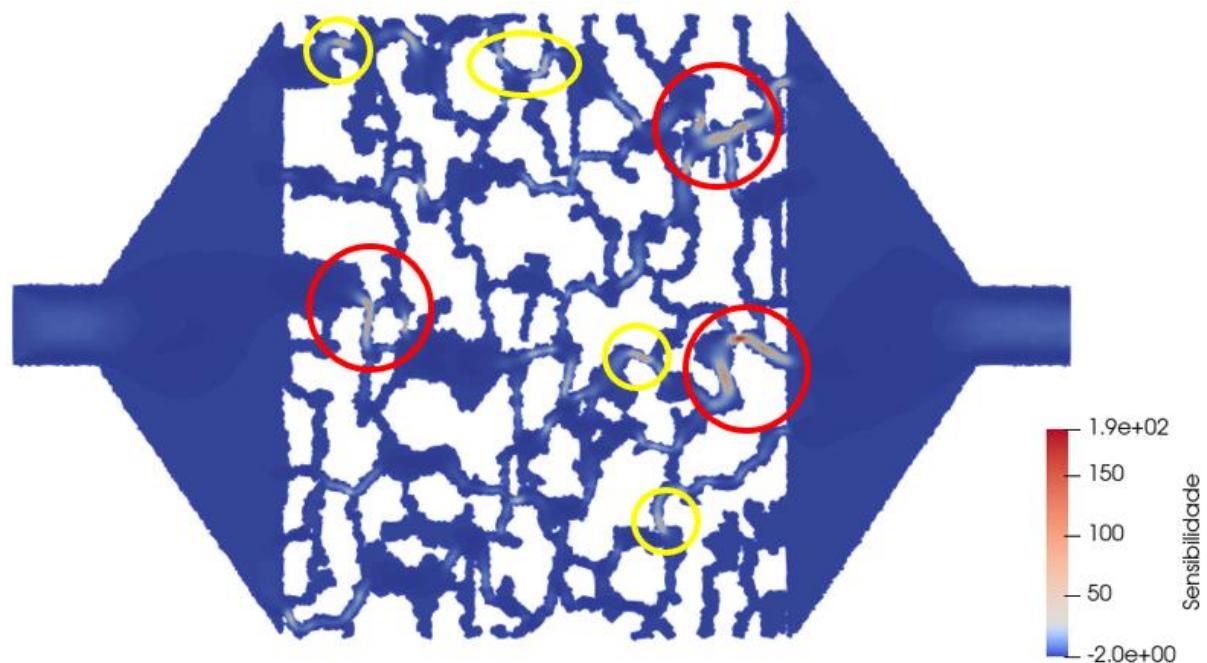
Segundo a análise de sensibilidade, os resultados obtidos por CRUZ (2018) são mostrados na figura 9 a seguir.

Fonte: (CRUZ, 2018)



**Figura 9** – Função sensibilidade ao longo do meio poroso.

Após processamento e tratamento dos dados o resultado obtido é mostrado na figura 10 abaixo.



**Figura 10** - Variação da função sensibilidade obtida sob a malha porosa no processo de validação.

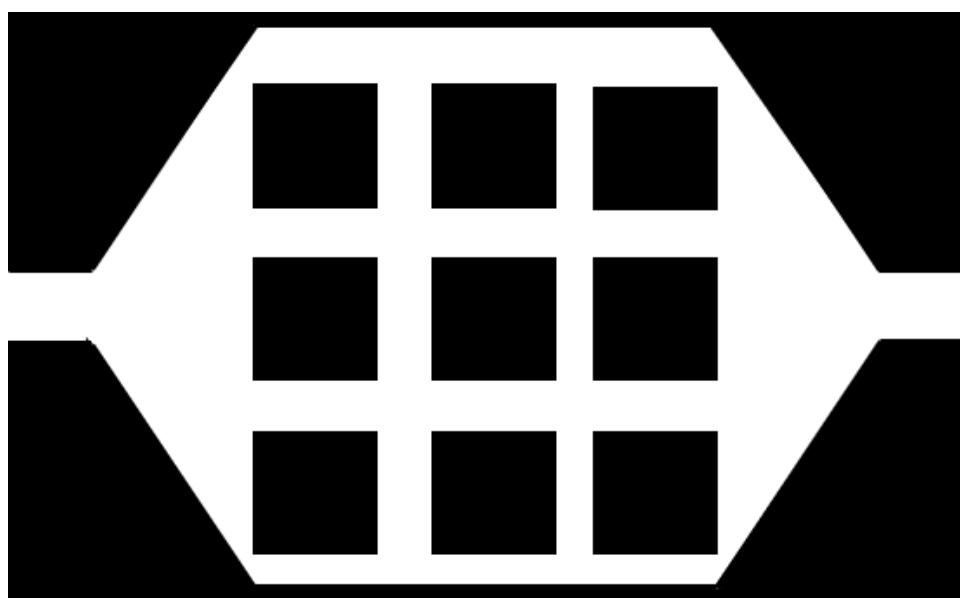
A comparação entre as figuras 9 e 10 mostra coerência nos resultados obtidos por meio do processamento com o software FreeFEM++. As regiões circunscritas em vermelho são condizentes com as apresentadas por CRUZ (2018), na medida em que mostram caminhos de alta sensibilidade e que representam, portanto, regiões importantes para o fluxo interno e permeabilidade da rocha. Discussões aprofundadas são feitas nas subseções seguintes.

No interior da malha porosa foram identificados mais pontos onde a sensibilidade atinge valores elevados, realçados em elipses amarelas mostram locais onde obstruções prejudicariam o fluxo total e consequentemente a permeabilidade da rocha.

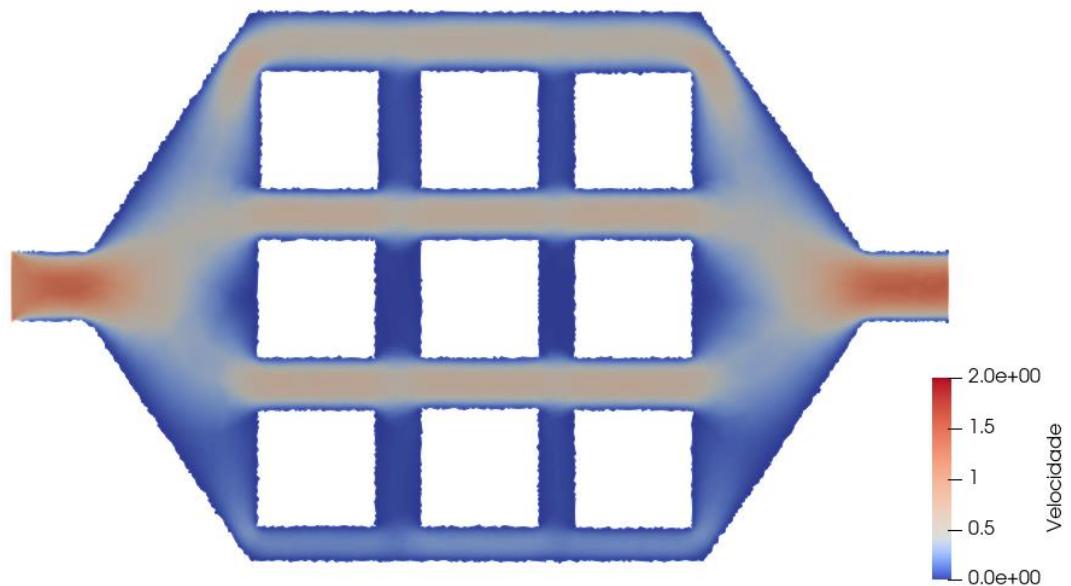
## 6.2. SIMULAÇÃO DE REDES ARTIFICIAIS UNIFORMES

Inicialmente dois meios artificiais e uniformes foram gerados a fim de se verificar o comportamento das simulações sob essas condições e posteriormente validar os resultados obtidos e estendê-los a redes naturais e não uniformes.

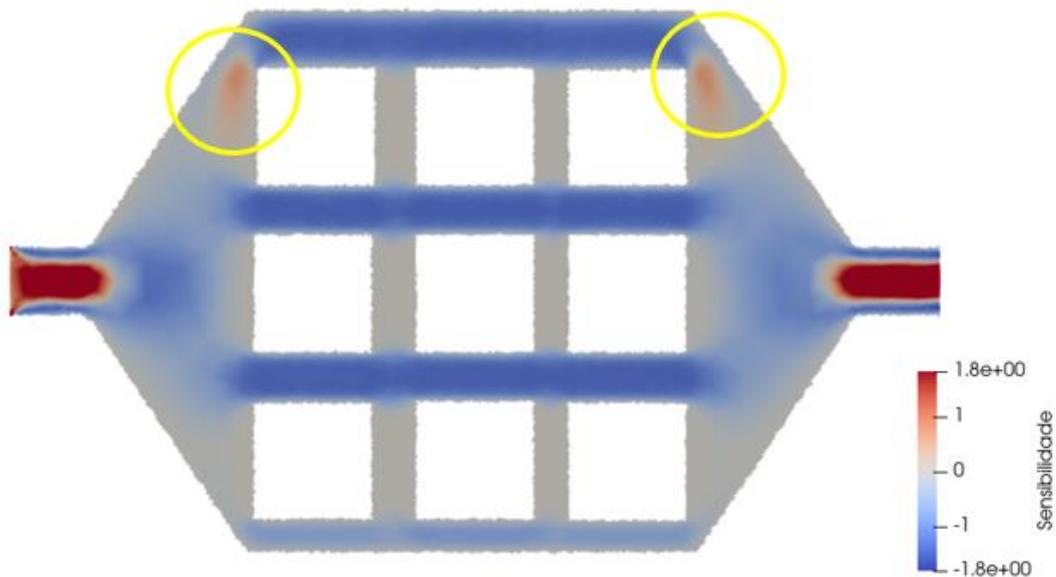
Abaixo (figuras 11, 12 e 13) é apresentado o produto do pós-processamento feito com uso do software *Paraview* sobre as saídas do processamento via *FreeFEM++* para uma rede artificial construída pensando na baixa obstrução do fluxo a partir de poucos caminhos disponíveis.



**Figura 11** – Rede artificial criada como modelo de entrada para o processamento.



**Figura 12 - Variação da velocidade obtida sob a malha porosa artificial.**



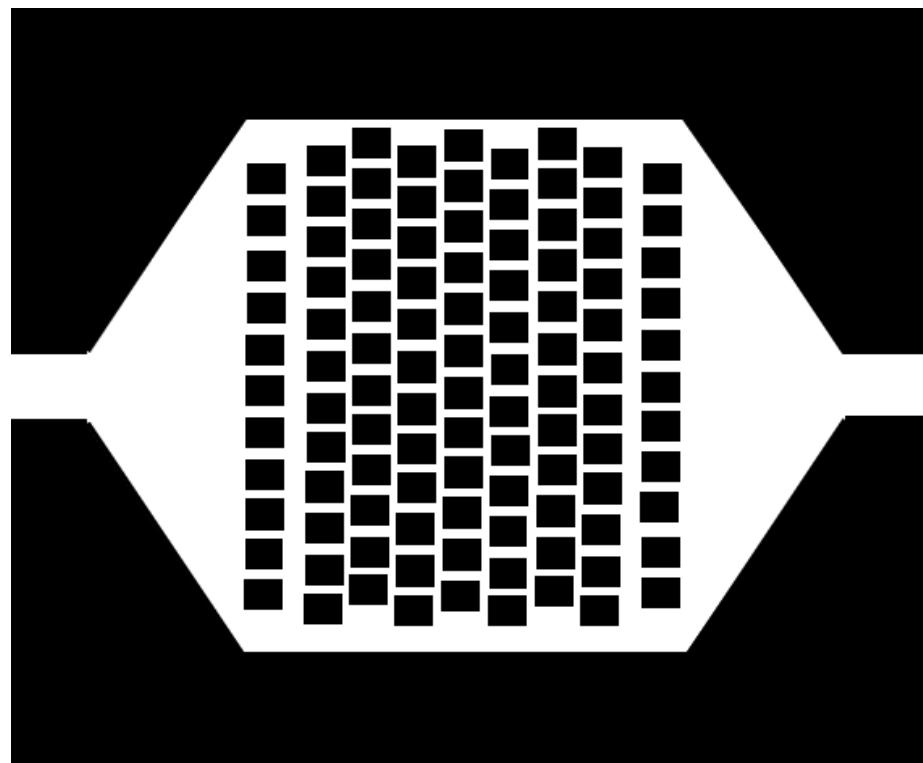
**Figura 13 - Variação da função sensibilidade obtida sob malha porosa artificial.**

A rede proposta na figura 11 possui quatro caminhos horizontais que interligam a entrada e saída do modelo, enumerando de cima para baixo, o primeiro caminho possui a maior largura 0,9 cm; os dois centrais 0,7 cm e o inferior é o menor com 0,4 cm. A análise da simulação, tomando a velocidade como base (figura 12), mostra o menor caminho como o preferido em relação ao fluxo. Há também picos de velocidade na entrada e saída do modelo.

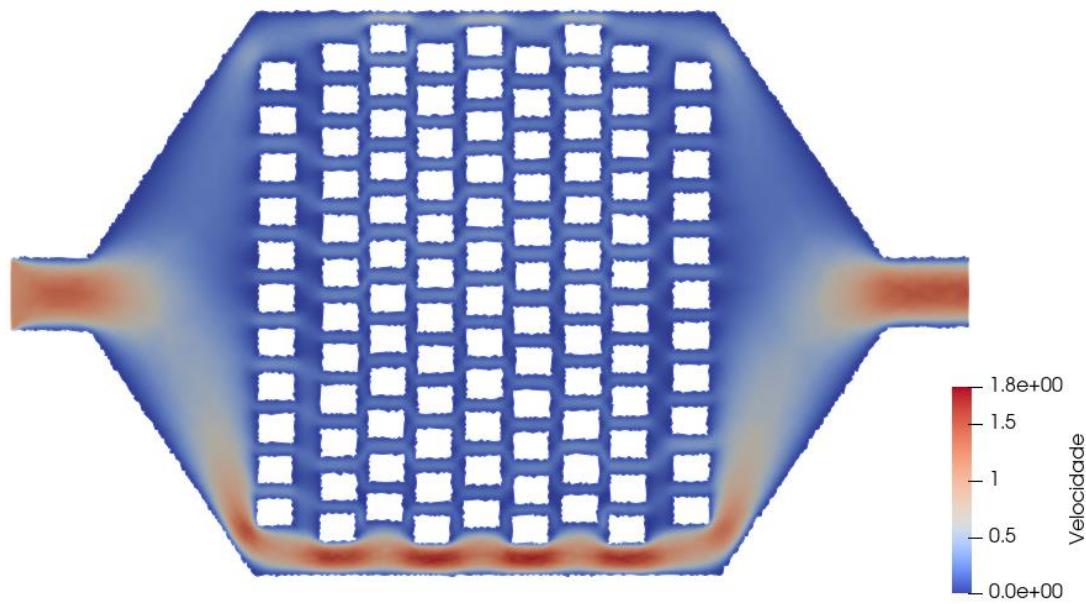
Do ponto de vista da análise de sensibilidade (figura 13) é possível observar duas regiões destacadas em amarelo, onde uma obstrução influenciaria

negativamente o fluxo total da rocha, o que pode ser sustentado quando toma-se a informação de que esse caminho é o que apresenta o crítico de maior velocidade de fluxo.

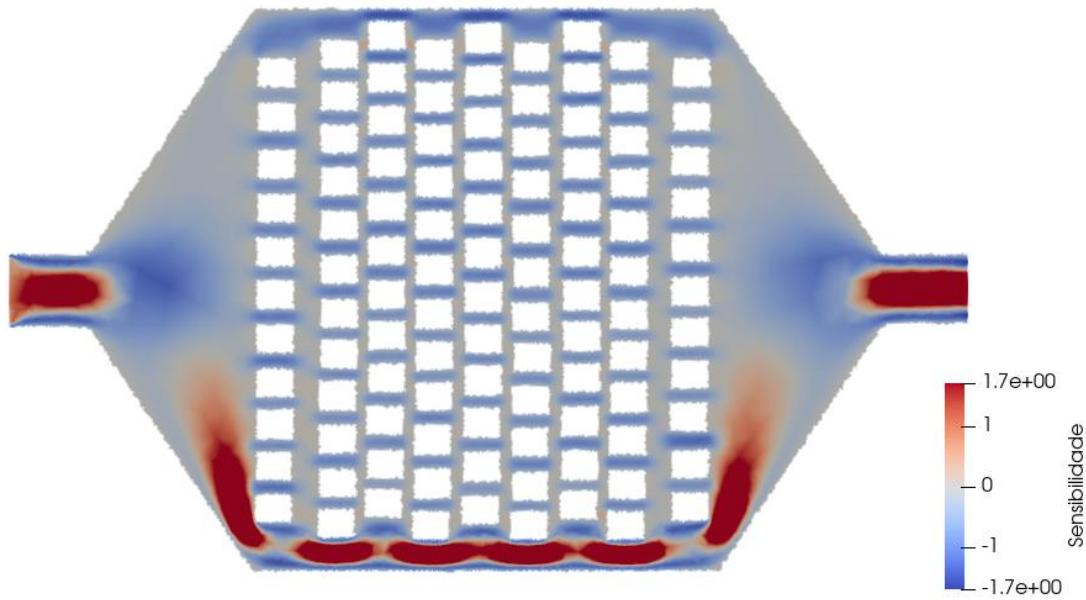
O segundo modelo de meio artificial desenvolvido apresentado na figura 14 teve o número de caminhos aumentados e uma redução de suas larguras, tornando o meio mais difuso, apesar de ainda ser próximo do regular. As figuras 15 e 16 mostram os resultados obtidos após simulação e tratamento dos dados do modelo.



**Figura 14** - Rede artificial criada como modelo de entrada para o processamento.



**Figura 15-** Variação da velocidade obtida sob a malha porosa artificial.



**Figura 16 -** Variação da função sensibilidade obtida sob malha porosa artificial.

O modelo artificial mais difuso proposto indica um resultado semelhante ao modelo menos difuso representado pela figura 11. São nítidos os dois caminhos com fluxo de velocidades mais elevadas, sendo que o inferior mais largo é caminho preferencial e, portanto, o mais crítico para a rede formada. A análise de sensibilidade mostra que a região inferior é a de maior influência no comportamento do fluxo estabelecido.

Estes casos artificiais acabaram por coincidir regiões de alta velocidade e de alta sensibilidade à obstrução. Os casos com meios porosos realistas das seções seguintes não há esta ocorrência.

### 6.3. SIMULAÇÃO DE CAMINHOS POROSOS NATURAIS

Após simular redes construídas artificiais foi feita uma busca por imagens de redes naturais ou que se aproximassesem de uma rocha porosa natural. Assim, o comportamento observado nas redes artificiais poderia ser comparado e o meio exposto em CRUZ (2018) validado.

Duas redes naturais foram selecionadas, a primeira encontrada em BASIRAT et al (2017) foi baseada no modelo desenvolvido em KELLER et al (1997), utilizada na estrutura presente na figura 17. A segunda imagem utilizada como base foi feita no Laboratório de imagens tomográficas e redes porosas (PERM Inc, *TIPM Lab*) ligado à Universidade de Calgary em Alberta, Canadá, que disponibilizou a imagem em seu site.

A seguir (figuras 18 e 19) foram expostos os resultados do processamento e tratamento dos modelos naturais utilizados.

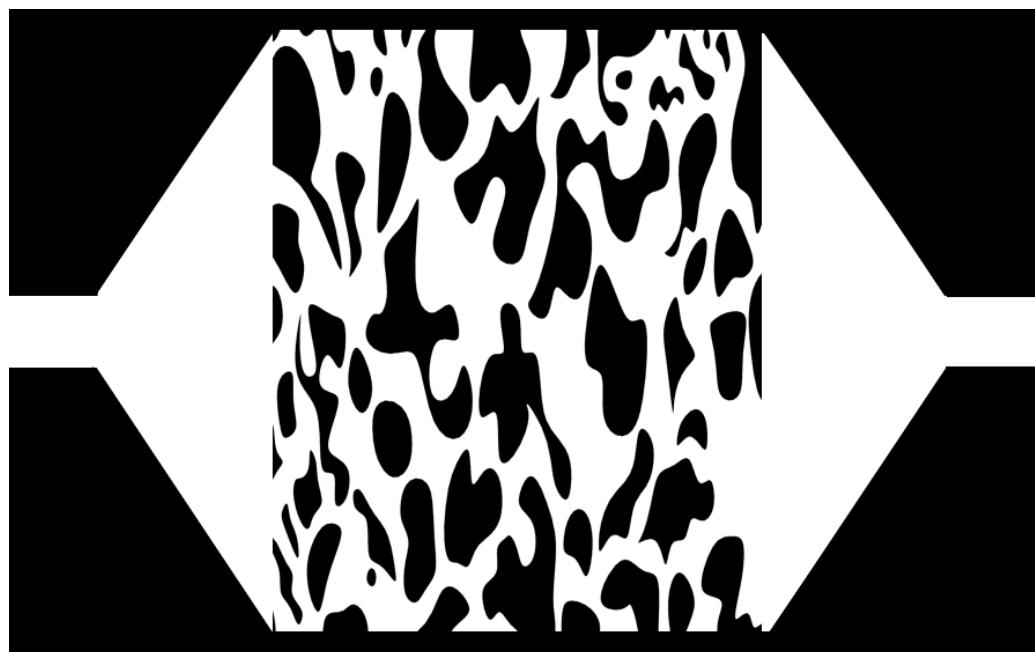
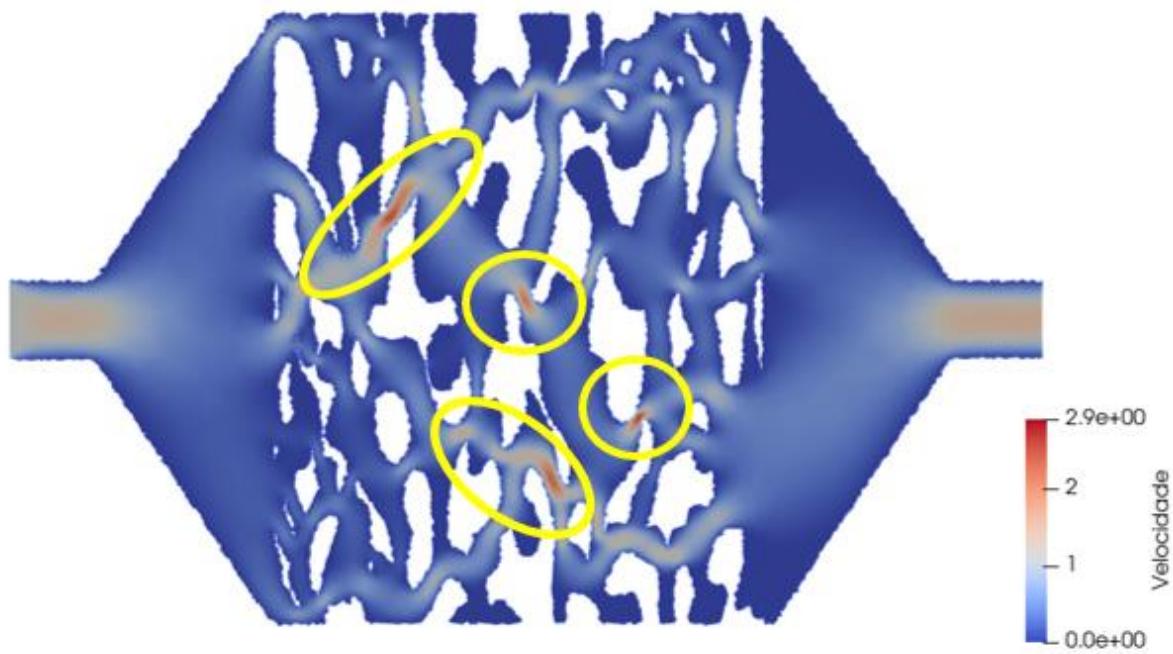
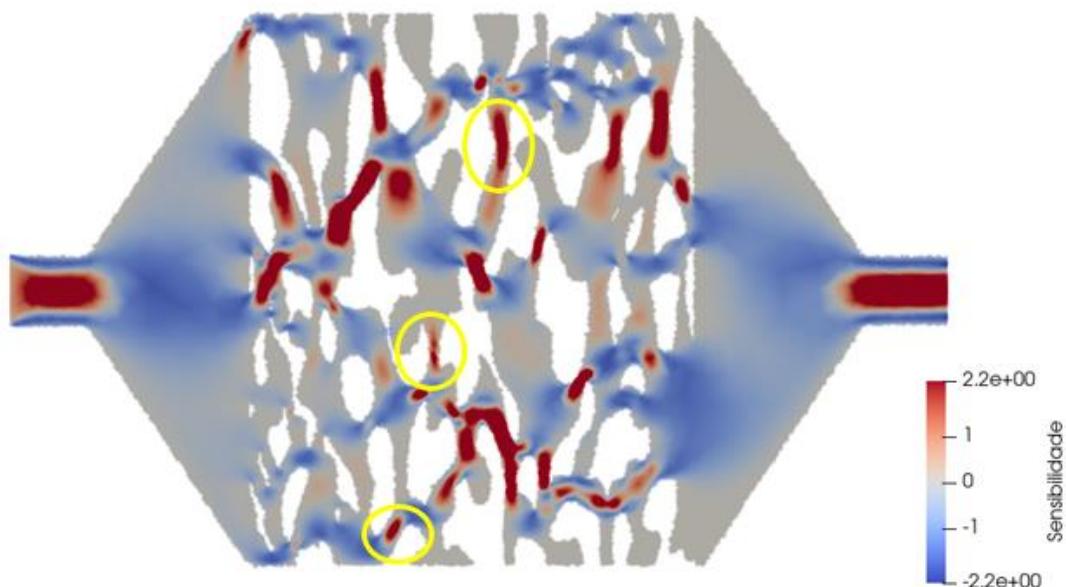


Figura 17 – Primeira rede natural usada como modelo de entrada para o processamento.



**Figura 18 - Variação da velocidade obtida sob a malha porosa natural.**



**Figura 19 - Variação da função sensibilidade obtida sob malha porosa natural.**

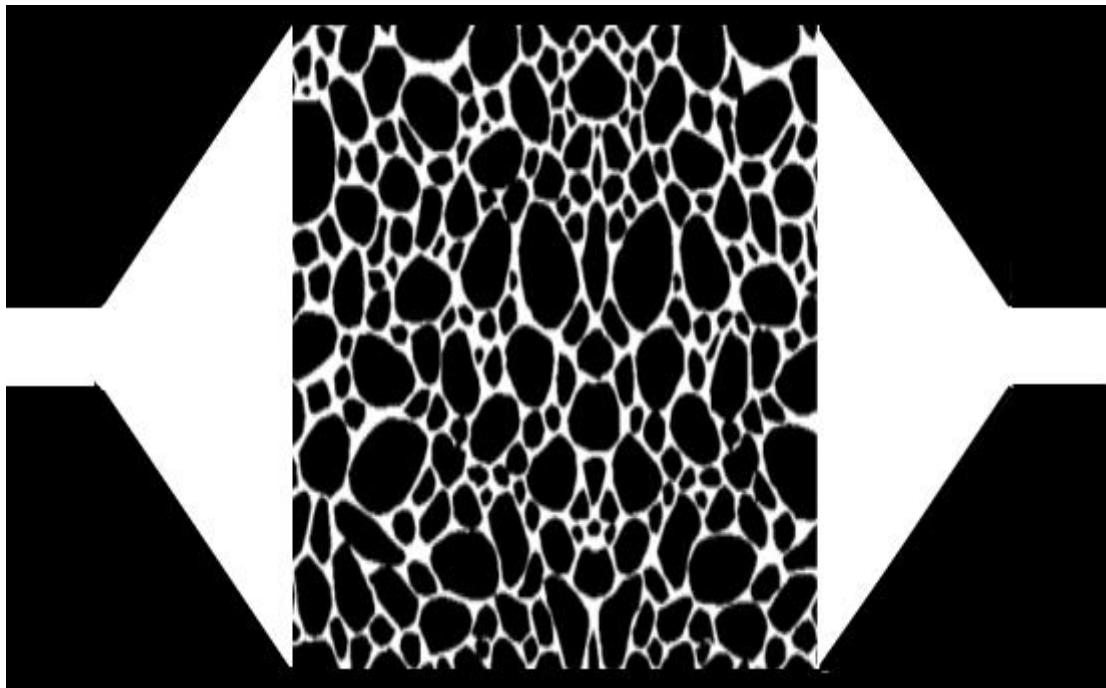
A rede porosa natural simulada mostra os caminhos críticos evidenciados pelos picos de velocidade aparentes em cores quentes na figura 18. Quando comparada às redes uniformes, os resultados são menos intuitivos devido à complexidade de ligações existente na rede natural. Quatro pontos foram destacados.

Para esse meio modelado cabe uma importante discussão no que tange a análise de sensibilidade, pensando no escoamento do sistema. A escala

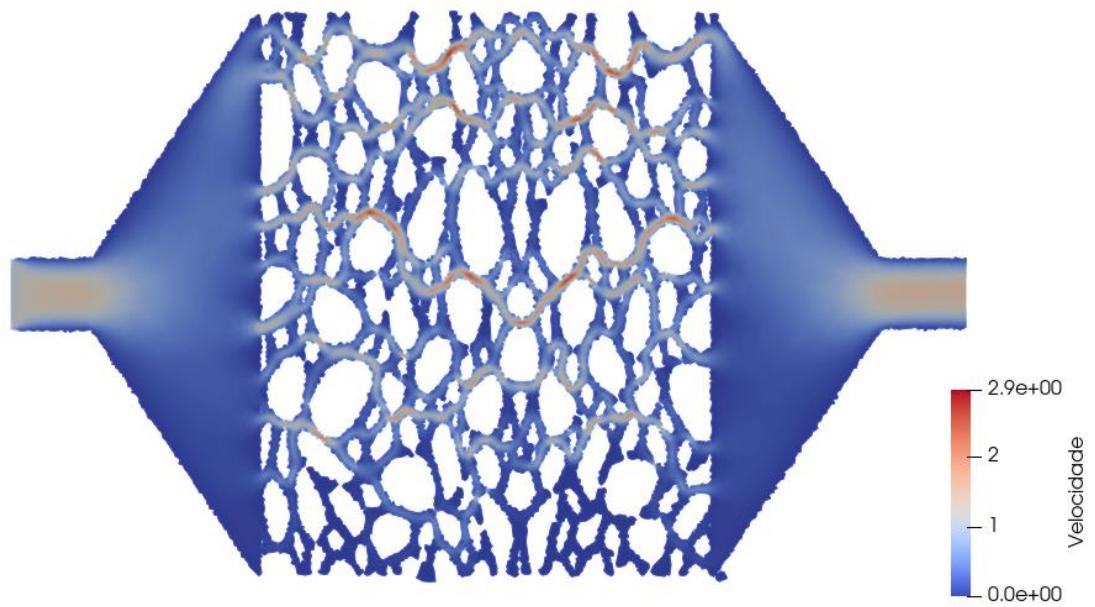
propositamente simétrica para a sensibilidade mostra diversas regiões em tons de cinza que indicam pouca influência no desenvolvimento do fluxo do meio, no entanto, as regiões em tons quentes, que em grande parte coincidem com os pontos críticos de maior velocidade de fluxo, sugerem zonas onde perturbações ou obstruções acarretariam em reduções de fluxo e consequente diminuição de permeabilidade da rocha.

Assim é possível supor que regiões de tons frios quando devidamente obstruídos poderiam ajudar o escoamento, aumentando o fluxo por poros que suportam maiores vazões.

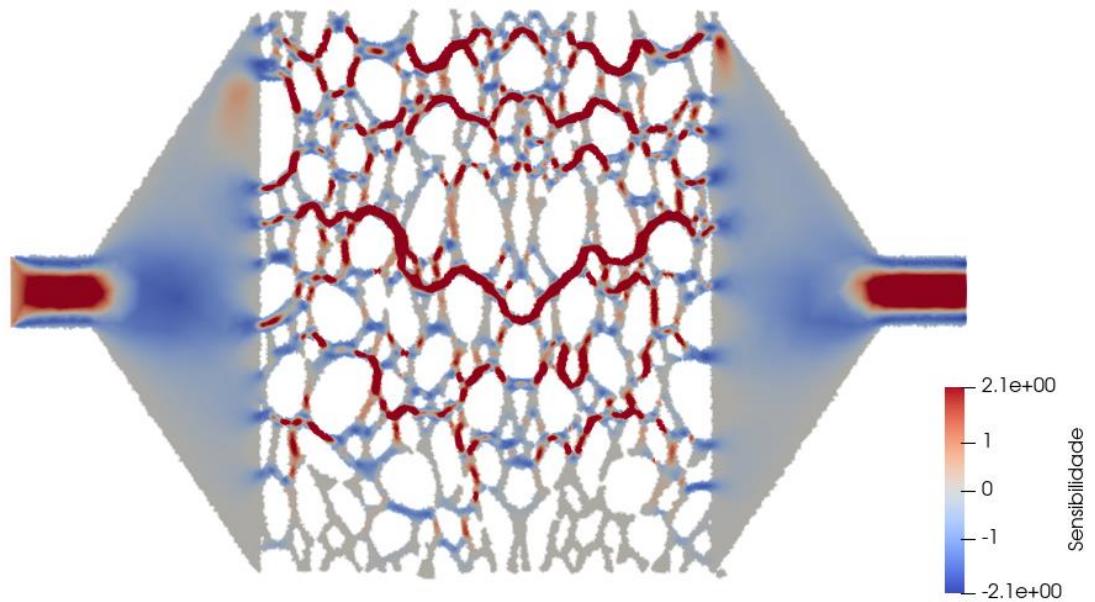
Os resultados para a segunda rede natural modelada (figura 20) e simulada estão expostos nas figuras 21 e 22.



**Figura 20** - Segunda rede natural usada como modelo de entrada para o processamento.



**Figura 21** - Variação da velocidade obtida sob a malha porosa natural.



**Figura 22** - Variação da função sensibilidade obtida sob malha porosa natural.

A segunda rede natural porosa modelada apresentou resultados coerentes com os demais apresentados, reforçando a relação entre os caminhos críticos de maior velocidade de fluxo e as zonas de maior sensibilidade. É importante frisar que a análise de sensibilidade indica também outras regiões importantes para o fluxo que a análise de fluxo por meio da velocidade não evidencia.

## 7. CONCLUSÕES

A identificação de caminho crítico pelo cálculo da sensibilidade da perda de carga quanto a obstruções no meio poroso foi realizada neste trabalho. Destaca-se que a identificação de caminhos críticos em meios porosos não é realizável experimentalmente. Obstruções e variações de permeabilidade podem ser identificadas experimentalmente e atribuídas a deposição, precipitação devido a pressão e temperatura medidos, mas não é possível identificar onde foram estas ocorrências. O cálculo de caminho crítico então complementa análises experimentais e pode contribuir no *upscaling* de características de lâmina de rocha para a permeabilidade de plugues.

O trabalho desenvolvido alcançou um de seus objetivos ao validar os resultados apresentados em CRUZ (2018) relacionados ao modelo de rocha simulado de BOEK e VENTUROLI (2010). A validação apresentou fluxos com velocidades de escoamento em rede com comportamento semelhante, e o mesmo pode ser dito a respeito do exposto para a análise de sensibilidade, como pode ser visto nas figuras 7, 8, 9 e 10.

Após validado o trabalho foi estendido com aplicação em meios porosos artificiais e pouco difusos, apresentando resultados esperados em relação a velocidade de fluxos e sensibilidade à permeabilidade. Os caminhos críticos foram facilmente identificados, correspondendo aos poros que apresentavam menor resistência (maior largura de poro) e, portanto, os que mais poderiam influenciar na permeabilidade do meio, caso fossem obstruídos.

Os caminhos porosos naturais selecionados e modelados mostraram que em uma rede difusa e mais complexa em relação aos meios artificiais, o método se mostra mais eficiente tendo em vista que as interações entre cada caminho são diversas. Os caminhos críticos foram identificados ao longo da rede, mostrando pontos onde danos e obstruções alterariam a distribuição de fluxos, segundo a análise de sensibilidade, reduzindo a permeabilidade do meio, no entanto, outros caminhos mostraram-se sensíveis, apesar de não terem sido identificados com base nas velocidades do escoamento.

Assim, é possível levantar novas questões a respeito de como seria o comportamento de cada caminho crítico se houvesse a obstrução de outro caminho crítico na mesma rede ou também obstruir regiões sensíveis que não possuem picos de velocidade identificados, avaliando as consequências na permeabilidade do meio, portanto, o trabalho abre novos questionamentos que podem ser explorados em

trabalhos futuros ao modificar redes sob análise comparativa. Outro ponto que pode ser levantado é a representatividade que a amostra tem em relação ao reservatório como um todo, estendendo o foco do estudo.

## REFERÊNCIAS

- AMBEGAOKAR, V.; HALPERIN, B. I.; LANGER, J. S. Hopping Conductivity in Disordered Systems. **Phys. Rev. B. Solid State**, v. 4, p. 2612–2620, 1971.
- BASIRAT, F.; YANG, Z.; NIEMI, A. Pore-scale modeling of wettability effects on CO<sub>2</sub>–brine displacement during geological storage. **Advances in Water Resources**, v. 109, p. 181–195, nov. 2017.
- BERNABÉ, Y.; MOK, U.; EVANS, B. A note on the oscillating flow method for measuring rock permeability. **Journal of Rock Mechanics and Mining Science**, v. 43, n. 2, p. 311–316, 2005.
- BLUNT, M. J. Flow in porous media - pore-network models and multiphase flow. **Current Opinion in Colloid & Interface Science**, v. 6, n. 3, p. 197–207, 2001.
- BOEK, E. S.; VENTUROLI, M. Lattice-Boltzmann studies of fluid flow in porous media with realistic rock geometries. **Computers & Mathematics with Applications**, v. 59, n. 7, p. 2305–2314, abr. 2010.
- BOTECHIA, V. E.; CORREIA, M. G.; SCHIOZER, D. J. **A Model-Based Production Strategy Selection Considering Polymer Flooding in Heavy Oil Field Development** SPE Trinidad and Tobago Section Energy Resources Conference. **Anais...Society of Petroleum Engineers**, 13 jun. 2016.
- CHEN, Y. *et al.* Porosity changes in progressively pulverized anthracite subsamples: Implications for the study of closed pore distribution in coals. **Fuel**, v. 225, n. 1, p. 612–622, 2018.
- CRUZ, V. A. DA S. **Redução da perda de carga e arrasto através da análise de sensibilidade em escoamento monofásico**. Universidade de São Paulo, 2018.
- CUNHA, A. R. **Caracterização de sistemas porosos de rochas reservatório de petróleo a partir da extração de redes poro-ligações**. Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.
- DAIGLE, H. Advances in Water Resources Application of critical path analysis for permeability prediction in natural porous media. **Advances in Water Resources**, v. 96, p. 43–54, 2016.
- FREE FEM++. **Site Free Fem++**. Disponível em: <<https://doc.freefem.org/examples/mesh-generation.html>>. Acesso em: 30 maio. 2019.
- FRIEDMAN, S. P.; SEATON, N. A. Critical path analysis of the relationship between permeability and electrical conductivity of three-dimensional pore networks. **Water Resources Research**, v. 34, n. 7, p. 1703–1710, 1998.
- GAN, H.; NANDI, S. P.; WALKER, P. L. Nature of the porosity in American coals.

**Fuel**, v. 51, n. 4, p. 272–277, 1972.

HECHT, F. New development in freefem++. **Journal of Numerical Mathematics**, v. 20, n. 3–4, p. 251–266, 2013.

KELLER, A. A.; BLUNT, M. J.; ROBERTS, P. V. Micromodel Observation of the Role of Oil Layers in Three-Phase Flow. **Transport in Porous Media**, v. 26, n. 3, p. 277–297, 1997.

LIU, D. *et al.* Coal reservoir characteristics and coalbed methane resource assessment in Huainan and Huabei coalfields, Southern North China. **International Journal of Coal Geology**, v. 79, n. 3, p. 97–112, 2009.

MARDON, S. M. *et al.* Organic petrology, geochemistry, gas content and gas composition of Middle Pennsylvanian age coal beds in the Eastern Interior (Illinois) Basin: Implications for CBM development and carbon sequestration. **International Journal of Coal Geology**, v. 127, p. 56–74, 2014.

MELIGA, P. *et al.* Sensitivity of aerodynamic forces in laminar and turbulent flow past a square cylinder. **Physics of Fluids**, v. 26(10), p. 104101, 2014.

MOGHADASI, J. *et al.* **Formation Damage Due to Scale Formation in Porous Media Resulting From Water Injection**SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control. Anais...Society of Petroleum Engineers, 4 abr. 2004.

OKOLO, G. N. *et al.* Comparing the porosity and surface areas of coal as measured by gas adsorption, mercury intrusion and SAXS techniques. **Fuel**, v. 141, p. 293–304, 2015.

OZKAN, S. **The Effect of Costs and Efficiencies on the Economic Viability and Resiliency of Production from Unconventional Reservoirs**SPE/IAEE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium. Anais...Society of Petroleum Engineers, 10 maio 2016.

PALOMBO, L. *et al.* Caracterização De Rochas Reservatório Por Microtomografia De Raios X. **Holos**, v. 5, p. 65, 2015.

PATINO, G. A.; GIORIA, R. S.; MENEGHINI, J. R. Evaluating the control of a cylinder wake by the method of sensitivity analysis. **Physics of Fluids**, v. 29, n. 4, p. 044103, 2017.

PIRONNEAU, O. **Optimal Shape Design for Elliptic Systems**. 1st. ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1983.

POTTER, M. C.; WIGGERT, D. C.; RAMADAN, B. H. **Mechanics of Fluids**. 4. ed. Cengage Learning, 2011.

RAVAGNANI, A. T. F. S. G. *et al.* **Comparative Analysis of Optimal Oil Production Strategy using Royalty & Tax and Production Sharing Petroleum Fiscal Models**North Africa Technical Conference and Exhibition.

Anais...Society of Petroleum Engineers, 4 abr. 2012.

SHEDID, S. A.; ZEKRI, A. Y. **Formation Damage Due To Sulfur Deposition in Porous Media** International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control. Anais...Society of Petroleum Engineers, 4 abr. 2002.

SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: Edusp, 2003.

VERSTEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method**. Second ed. Loughborough: Pearson Education Limited, 2007.

WANG, Y.; KNABE, R. Permeability characterization on tight gas samples using pore pressure oscillation method. **SPWLA-Journal of Formation Evaluation and Reservoir Description**, v. 52, n. 6, p. 1–12, 2011.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method, Volume 3: Fluid Dynamics**. 5th. ed. Butterworth-Heinemann, 2000.

## APÊNDICE A - ARTIGO SÍNTESE

**Universidade de São Paulo**

**Engenharia de Petróleo – Escola Politécnica**

**Número: 9017099USP**

**Data: 05/11/2019**



### **Identificação de caminhos críticos para o escoamento em meios porosos**

Bruno de Oliveira Feitosa

Orientador: Prof. Dr. Rafael dos Santos Goria

Artigo Sumário referente à disciplina PMI1096 – Trabalho de Formatura para Engenharia de Petróleo II  
Este artigo foi preparado como requisito para completar o curso de Engenharia de Petróleo na Escola Politécnica da USP.

Template versão 2018v11.

#### **Resumo**

O trabalho consiste na simulação numérica de escoamentos incompressíveis pelo Método de Elementos Finitos (FEM), a fim de se analisar o caminho crítico do escoamento em meios porosos, computando a sensibilidade da permeabilidade em relação a obstruções arbitrárias via método adjunto. Meios porosos regulares foram simulados, e posteriormente, seções de rochas foram usadas na análise de sensibilidade da permeabilidade e identificação de caminhos críticos. O método mostrou-se eficiente no registro do comportamento dos fluxos em meios porosos ao identificar pontos críticos com elevadas velocidades de fluxos e tornar possível a comparação com a sensibilidade à permeabilidade, que apesar de ser elevada nos caminhos críticos também apontou outras regiões de alta sensibilidade que não possuíam esses picos de velocidade. A partir do estudo, espera-se uma melhor compreensão do escoamento em meios porosos a fim de se obterem melhores análises quanto a permeabilidade desses meios e da sensibilidade deles à deposição, propiciando um entendimento mais detalhado para a concepção da análise de poro-permeabilidade em laboratório.

#### **Abstract**

The work consists in the numerical simulation of incompressible flows by Finite Element Method (FEM), in order to analyze the critical flow path in porous media, computing the permeability sensitivity to arbitrary obstructions through the adjunct method. Regular porous media were simulated, and subsequently rock sections were used for permeability sensitivity analysis and critical path identification. The method proved to be efficient in recording the flow behavior in porous media by identifying critical points with high flow velocities and making it possible to compare with the permeability sensitivity, which despite being high in the critical paths also pointed to other regions of high sensitivity. that didn't have these velocity peaks. From the study, it is expected a better understanding of the flow in porous media in order to obtain better analysis as to the permeability of these media and their sensitivity to deposition, providing a more detailed understanding for the conception of pore-permeability analysis in porous media in laboratory.

## Introdução

A viabilidade do início e/ou manutenção de projetos de produção na indústria de petróleo é diretamente ligada a fatores econômicos, que por sua vez, culminam em parâmetros tais como: regimes fiscais (RAVAGNANI et al., 2012), fluidos envolvidos e suas qualidades (BOTECHIA et al., 2016), valores de mercado e volumes produzidos (OZKAN, 2016).

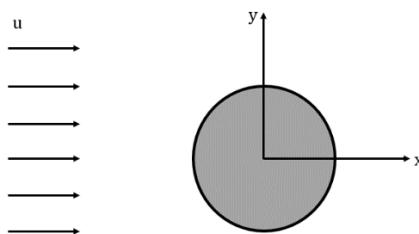
Esse último pode ser relacionado diretamente aos escoamentos de fluidos em reservatórios, rochas porosas permeáveis que contém hidrocarbonetos de interesse econômico. Logo, é clara a importância do estudo e melhor entendimento dessas rochas para a indústria do petróleo.

Nesse sentido, técnicas de caracterização são aplicadas para modelar o reservatório em questão com foco em duas de suas principais propriedades: porosidade e permeabilidade. Dentre essas técnicas destacam-se análises como as de microscopia óptica e/ou eletrônica, injeção de nitrogênio, que apesar de consagradas demandam tempo para a preparação de amostras considerável em relação ao despendido durante o completo estudo, bem como análises menos destrutivas com a aplicação de micromotografia de raios-X, que esbarram na limitação de resolução das imagens que são atingidas (PALOMBO et al., 2015).

Partindo desses princípios, o presente trabalho buscará, por meio de simulações de modelos criados a partir de imagens tomográficas de amostras, estudar a permeabilidade via análise de sensibilidade sobre a malha de rocha porosa, identificando locais de possíveis poros interconectados e regiões sensíveis e críticas no interior dessa malha, permitindo analisar as consequências da variação de permeabilidade da rocha frente a obstruções arbitrárias que poderiam ocorrer em um reservatório real (MOGHADASI et al., 2004; SHEDID e ZEKRI, 2002).

## Análise do escoamento

Algumas hipóteses simplificadoras são assumidas para o escoamento. Adota-se escoamento bidimensional laminar incompressível em torno de um corpo sob um domínio de condições de contorno pré-estabelecidas. O escoamento é descrito a partir de um sistema Cartesiano de coordenadas com força de arrasto convencionado como positivo no sentido  $+\infty$  do eixo Ox (Figura). O sistema tem como origem o centro do corpo imerso no fluido de massa específica constante  $\rho$ .



**Figura 1** - Ilustração de um corpo imerso em fluido escoando com fluxo horizontal para a direita de módulo  $u$ .

Supondo um sistema fechado  $\Omega$ , as equações de Navier-Stokes governam o escoamento. De acordo com a lei de conservação de massa:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot u = 0 \quad [1]$$

Como foi definida constante a massa específica  $\rho$  do fluido a partir da hipótese de incompressibilidade a equação 1 se resume a

$$\nabla \cdot u = 0 \quad [2]$$

Aplicando a conservação de momento no sistema  $\Omega$  o fluxo obedece a equação 3 abaixo.

$$\partial_t u + \nabla u \cdot u - \nabla \cdot \sigma(p, u) = 0 \quad [3]$$

Na superfície do corpo a velocidade  $u$ , referente ao fluxo do fluido, é nula, pois esses pontos delimitam as dimensões do corpo.

O termo  $\sigma(p, u)$  presente na equação 3 é chamado tensor de tensão e é expresso por:

$$\sigma(p, u) = -pI + \frac{1}{R_e} (\nabla u + \nabla u^T) \quad [4]$$

O número de Reynolds ( $R_e$ ) combina a velocidade  $u$ , massa específica ( $\rho$ ), viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) do fluido e o comprimento ( $L$ ) do corpo num parâmetro adimensional que permite predizer o regime de escoamento segundo a equação 5 abaixo, o estudo em questão considera números de Reynolds suficientemente baixos a fim de se manter regime laminar de escoamento.

$$R_e = \frac{\rho u L}{\mu} \quad [5]$$

No presente estudo será aplicada a análise de sensibilidade partindo do princípio de determinação de uma força de módulo  $\delta f$  em um ponto qualquer no escoamento como apresentado em MELIGA et al. (2014). A equação de arrasto (equação 6) é a seguir apresentada, tendo em vista que essa grandeza servirá de base para as análises que serão feitas para se seguir à risca a formulação de Meliga.

$$D = 2 \oint \{\sigma(p, u) \cdot n\} \cdot e_x dl \quad [6]$$

Onde  $n$  é o versor normal à superfície do corpo sob fluxo e  $e_x$  é o fator que representa a divergência vetorial no eixo Ox. Segundo MELIGA et al. (2014) e adotando a função sensibilidade por  $(\nabla_f D | \delta f)$ , pode-se relacionar a equação 6 à função sensibilidade de acordo com a nova força  $\delta f$  aplicada é:

$$\delta D = 2 \oint \{\sigma(\delta p_b, \delta u_b) \cdot n\} \cdot e_x dl = (\nabla_f D | \delta f) \quad [7]$$

A relação entre o fluxo em escoamentos internos e a perda de carga é dada por:

$$p\pi r^2 - (p + dp)\pi r^2 = \lambda \quad [8]$$

## Metodologia

A fim de se analisar e estudar o caminho crítico do escoamento incompressível em meios porosos, computando a sensibilidade da permeabilidade em relação a obstruções arbitrárias de fluxos, softwares de simulação computacional e programas de análises gráficas serão utilizados. Os métodos e os programas que serão utilizados foram descritos a seguir.

### Método de Elementos Finitos

No método de elementos finitos a estrutura ou sistema a qual se deseja estudar é subdividida/discretizado em elementos finitos interligados por nós em uma malha. (SORIANO, 2003, p.4)

O software livre FreeFEM++ foi escolhido para realização do estudo proposto. Desenvolvido por Frédéric Hecht (HECHT, 2013), será utilizado na solução das equações diferenciais parciais construídas a partir das interações fluido-rocha presentes no modelo.

### Método Adjunto

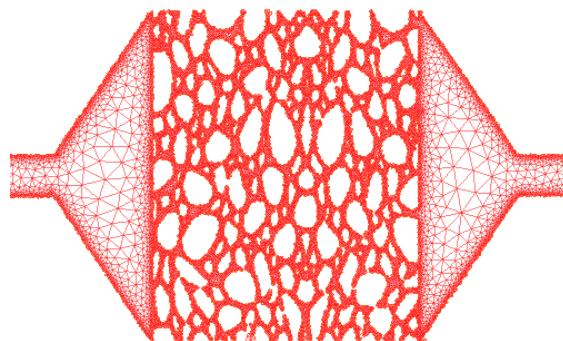
Desenvolvido por PIRONNEAU (1983), possui como principal benefício a restrição ao processo iterativo de apenas configurações realizáveis, ou seja, limita-se a aplicação das equações aos domínios das variáveis consideradas, de tal forma a evitar gasto computacional desnecessário frente ao quadro de condições pré-determinadas. Assim, métodos iterativos com grande número de variáveis como o método de elementos finitos são potencializados ao serem aplicados em conjunto com o método adjunto. Tornando o cálculo do gradiente de sensibilidade mais fácil.

### Método de execução das Simulações

O método pode ser dividido em três etapas principais fundamentadas na rotina de simulação, que consistem no pré-processamento com preparação dos dados de entrada (inputs) para o simulador, a simulação que reside no processamento dos dados de entrada seguindo condições e estados, e por fim, o pós-processamento onde as saídas (outputs) do simulador são tratadas por softwares que auxiliam na compressão e em conclusões a respeito do procedimento.

Os inputs foram imagens que representavam a estrutura a ser simulada, com o meio poroso alocado na região central, uma entrada de fluido à esquerda e uma saída à direita (figura 5). Os poros estão representados em branco e a matriz da rocha em preto.

Após construção da estrutura o modelo foi discretizado em malha triangular com uso do software FreeFEM++, o resultado pode ser visto na figura abaixo composta de 61901 triângulos e 31026 vértices.



**Figura 2 - Domínio de simulação discretizado com uso do software FreeFEM++.**

A malha foi então simulada sob condição de escoamento constante com um óleo 100 vezes mais viscoso que a água e número de Reynolds 0,00157963. Os principais parâmetros analisados foram a

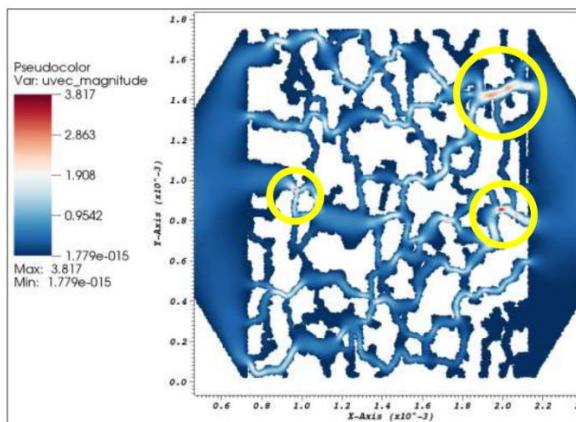
velocidade, pressão e sensibilidade do meio. Foram adotadas grandezas adimensionais no estudo.

## Resultados

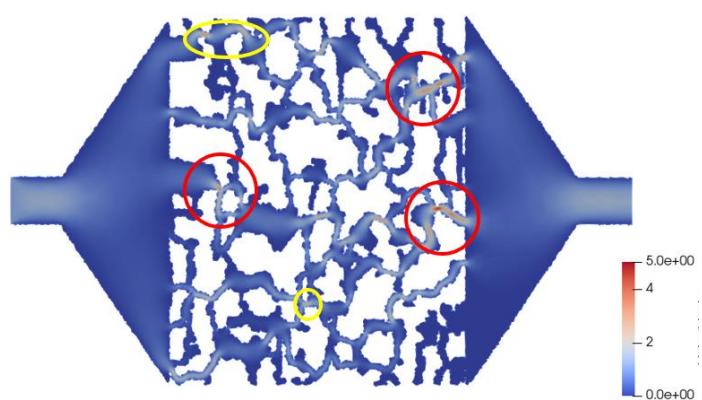
Após a aplicação do método nos diferentes cenários considerados por meio do processamento com uso do *software FreeFEM++*, os resultados foram tratados e interpretados com auxílio do *software open-source Paraview*. A seguir os resultados foram apresentados e discutidos.

### Validação

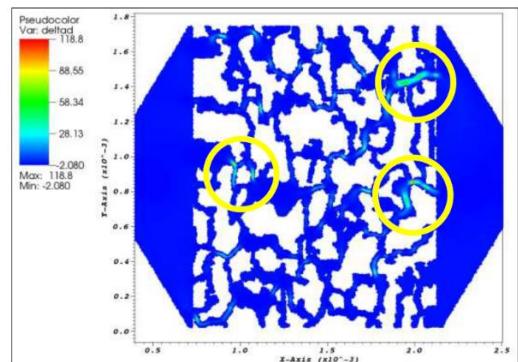
A partir do trabalho de conclusão de curso de CRUZ (2018), os resultados obtidos para velocidade e análise de sensibilidade no modelo de rocha apresentado em BOEK e VENTUROLI (2010) são relatados nas figuras Figura e Figura ,respectivamente. A análise comparativa das figuras 5 e mostra a semelhança dos picos de velocidade destacada com as circunferências vermelhas na figura x, assim como também possível verificar a coerência de resultados obtidos sob ótica da análise de sensibilidade para a permeabilidade.



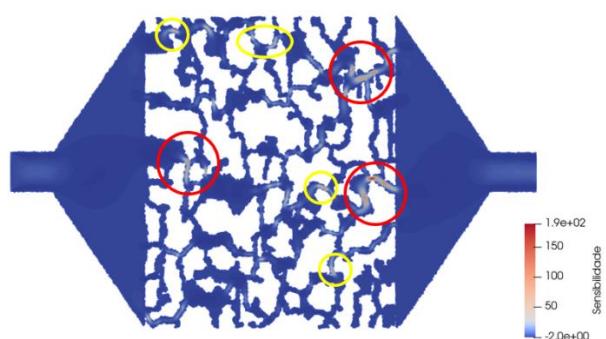
**Figura 3 – Variação da velocidade ao longo da rede porosa com picos de velocidade destacados.** Fonte: (CRUZ, 2018)



**Figura 4 – Variação da velocidade obtidas sob a malha porosa no processo de validação.**



**Figura 5 – Função sensibilidade ao longo do meio poroso.** Fonte: (CRUZ, 2018)



**Figura 6 - Variação da função sensibilidade obtida sob a malha porosa no processo de validação.**

## Simulação de Redes Artificiais Uniformes

Inicialmente dois meios artificiais e uniformes foram gerados a fim de se verificar o comportamento das simulações sob essas condições e posteriormente validar os resultados obtidos e estendê-los a redes naturais e não uniformes.

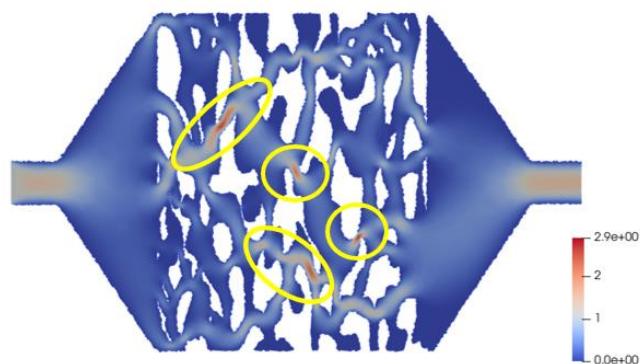
Os modelos artificiais obtiveram resultados semelhantes quanto aos picos de velocidade de fluxo em caminhos considerados críticos, em ambos os casos os maiores poros apresentaram regiões de alta sensibilidade, indicando que esses trajetos se obstruídos poderiam afetar negativamente o fluxo total do sistema. Apesar da diferença de opções de trajeto existente devido a diferença de organização.

## Simulação de Caminhos Porosos Naturais

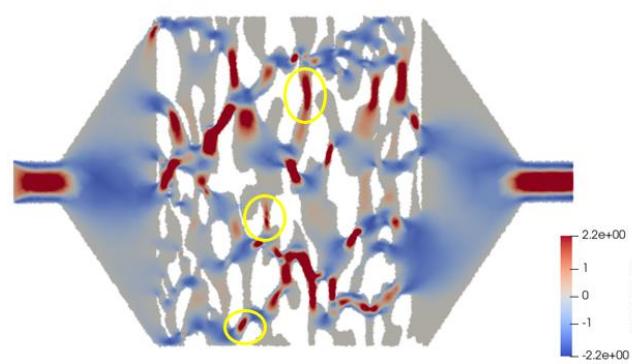
Após simular redes construídas artificiais foi feita uma busca por imagens de redes naturais ou que se aproximassem de uma rocha porosa natural. Assim, o comportamento observado nas redes artificiais poderia ser comparado e o meio exposto em CRUZ (2018) validado.

Duas redes naturais foram selecionadas, a primeira encontrada em BASIRAT et al (2017) foi baseada no modelo desenvolvido em KELLER et al (1997). A segunda imagem utilizada como base foi feita no Laboratório de imagens tomográficas e redes porosas (PERM Inc, TIPM Lab) ligado à Universidade de Calgary em Alberta, Canadá, que disponibilizou a imagem em seu site.

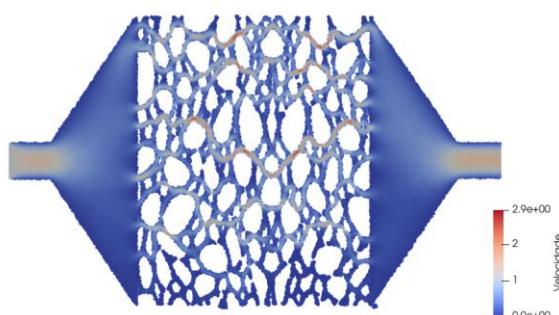
Nas figuras 14, 15, 17 e 18 foram expostos os resultados alcançados para os dois meios porosos naturais. O modelo simulado é juntamente exibido às análises de velocidade de fluxo e sensibilidade à permeabilidade.



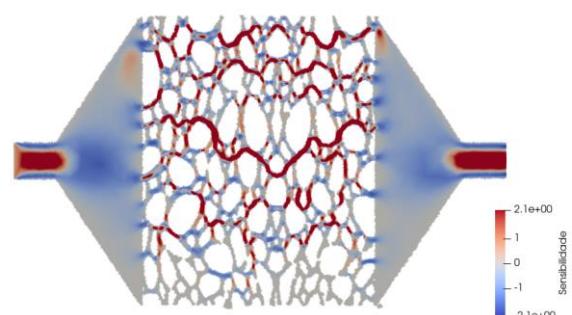
**Figura 14** - Variação da velocidade obtida sob a malha porosa natural.



**Figura 15** - Variação da função sensibilidade obtida sob malha porosa natural.



**Figura 17** - Variação da velocidade obtida sob a malha porosa natural.



**Figura 18** - Variação da função sensibilidade obtida sob malha porosa natural.

As redes porosas naturais simuladas mostram os caminhos críticos evidenciados por picos de velocidade aparentes em cores quentes como nas figuras 14 e 17. Quando comparada às redes uniformes, os resultados são menos intuitivos devido à complexidade de ligações existente nas redes naturais.

Para os meios modelados cabe uma importante discussão no que tange a análise de sensibilidade, pensando no escoamento do sistema. A escala propositalmente simétrica para a sensibilidade mostra diversas regiões em tons de cinza que indicam pouca influência no desenvolvimento do fluxo do meio, no entanto, as regiões em tons quentes, que em grande parte coincidem com os pontos críticos de maior velocidade de fluxo, sugerem zonas onde perturbações ou obstruções acarretariam em reduções de fluxo e consequente diminuição de permeabilidade da rocha. Assim é possível supor que regiões de tons frios quando devidamente obstruídos poderiam ajudar o escoamento, aumentando o fluxo por poros que suportam maiores vazões. É importante frisar que a análise de sensibilidade indica também outras regiões importantes para o fluxo que a análise de fluxo por meio da velocidade não evidencia.

## Conclusão

O trabalho desenvolvido alcançou um de seus objetivos ao validar os resultados apresentados em CRUZ (2018) relacionados ao modelo de rocha simulado de BOEK e VENTUROLI (2010). A validação apresentou fluxos com velocidades de escoamento em rede com comportamento semelhante, e o mesmo pode ser dito a respeito do exposto para a análise de sensibilidade, como pode ser visto nas figuras 3, 4, 5 e 6.

Após validado, o trabalho foi estendido com aplicação em meios porosos artificiais e pouco difusos, apresentando resultados esperados em relação a velocidade de fluxos e sensibilidade à permeabilidade. Os caminhos críticos foram facilmente identificados, correspondendo aos poros que apresentavam menor resistência (maior largura de poro) e, portanto, os que mais poderiam influenciar na permeabilidade do meio, caso fossem obstruídos. Essas regiões que poderiam impactar negativamente no fluxo foram identificadas por meio da análise de sensibilidade quanto a permeabilidade, no entanto, outros caminhos mostraram-se sensíveis, apesar de não terem sido identificados com base nas velocidades do escoamento.

Assim, é possível levantar novas questões a respeito de como seria o comportamento de cada caminho crítico se houvesse a obstrução de outro caminho crítico na mesma rede ou também obstruir regiões sensíveis que não possuem picos de velocidade identificados, avaliando as consequências na permeabilidade do meio, portanto, o trabalho abre novos questionamentos que podem ser explorados em trabalhos futuros ao modificar redes sob análise comparativa. Outro ponto que pode ser levantado é a representatividade que a amostra tem em relação ao reservatório como um todo, estendendo o foco do estudo.

## Referências

- BASIRAT, F.; YANG, Z.; NIEMI, A. Pore-scale modeling of wettability effects on CO<sub>2</sub>-brine displacement during geological storage. **Advances in Water Resources**, v. 109, p. 181–195, nov. 2017.
- BOEK, E. S.; VENTUROLI, M. Lattice-Boltzmann studies of fluid flow in porous media with realistic rock geometries. **Computers & Mathematics with Applications**, v. 59, n. 7, p. 2305–2314, abr. 2010.
- BOTECHIA, V. E.; CORREIA, M. G.; SCHIOZER, D. J. **A Model-Based Production Strategy Selection Considering Polymer Flooding in Heavy Oil Field Development** SPE Trinidad and Tobago Section Energy Resources Conference. Anais...Society of Petroleum Engineers, 13 jun. 2016.
- CRUZ, V. A. DA S. **Redução da perda de carga e arrasto através da análise de sensibilidade em escoamento monofásico**. 2018. Monografia de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Petróleo) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, Santos.
- FREE FEM++. Site Free Fem++. Disponível em: <<https://doc.freefem.org/examples/mesh-generation.html>>. Acesso em: 30 maio. 2019.
- HECHT, F. New development in freefem++. **Journal of Numerical Mathematics**, v. 20, n. 3–4, p. 251–266, 2013.
- KELLER, A. A.; BLUNT, M. J.; ROBERTS, P. V. Micromodel Observation of the Role of Oil Layers in Three-Phase Flow. **Transport in Porous Media**, v. 26, n. 3, p. 277–297, 1997.
- MELIGA, P. et al. Sensitivity of aerodynamic forces in laminar and turbulent flow past a square cylinder. **Physics of Fluids**, v. 26(10), p. 104101, 2014.
- MOGHADASI, J. et al. **Formation Damage Due to Scale Formation in Porous Media Resulting From Water Injection** SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control. Anais...Society of Petroleum Engineers, 4 abr. 2004.
- OZKAN, S. **The Effect of Costs and Efficiencies on the Economic Viability and Resiliency of Production from Unconventional Reservoirs** SPE/IAEE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium. Anais...Society of Petroleum Engineers, 10 maio 2016.
- PALOMBO, L. et al. Caracterização De Rochas Reservatório Por Microtomografia De Raios X. **Holos**, v. 5, p. 65, 2015.
- PERM Inc. Site TIPM Lab. Disponível em: <<https://perminc.com/resources/fundamentals-of-fluid-flow-in-porous-media/chapter-2-the-porous-medium/porosity/>>. Acesso em: 30 de agosto. 2019.
- PIRONNEAU, O. **Optimal Shape Design for Elliptic Systems**. 1st. ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1983.
- RAVAGNANI, A. T. F. S. G. et al. **Comparative Analysis of Optimal Oil Production Strategy using Royalty & Tax and Production Sharing Petroleum Fiscal Models** North Africa Technical Conference and Exhibition. Anais...Society of Petroleum Engineers, 4 abr. 2012.
- SHEDID, S. A.; ZEKRI, A. Y. **Formation Damage Due To Sulfur Deposition in Porous Media** International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control. Anais...Society of Petroleum Engineers, 4 abr. 2002.
- SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: Edusp, 2003.